

التمرين الثالث : (4.5 نقاط)

نعتبر العبارة $A = \frac{1}{3}(3x - 2) + 2x - \frac{7}{3}$ حيث x عدد حقيقي .

(1) أ) يبين أن $A = 3x - 3$

(ب) حل في \mathbb{R} المتراجحة $3x - 3 \geq 0$

(2) لتكن العبارة $B = x^2 - (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{2}$ حيث x عدد حقيقي .

(أ) أحسب القيمة العددية للعبارة B في حالة $x = \sqrt{2}$

(ب) يبين أن $B = (x - 1)(x - \sqrt{2})$

(3) أ) يبين أن $B - A = (x - 1)(x - \sqrt{2} - 3)$

(ب) أوجد الأعداد الحقيقية x بحيث $A = B$

التمرين الرابع : (5 نقاط)

(وحدة قياس الطول هي الصنمتر)

A و B نقطتان من المستوي حيث $AB = 6$ و O منتصف قطعة المستقيم $[AB]$.

C نقطة من المتوسط العمودي لقطعة المستقيم $[AB]$ حيث $OC = 3$.

D منازرة A بالنسبة إلى النقطة C و G نقطة تقاطع المستقيمين (BC) و (OD) .

(1) يبين أن G مركز ثقل المثلث ABD .

(2) المستقيم (AG) يقطع $[BD]$ في النقطة E .

(أ) يبين أن E منتصف $[BD]$.

(ب) يبين أن المستقيمين (AB) و (BD) متعامدان وأن $BD = 6$.

(ج) يبين أن $AE = 3\sqrt{5}$ ثم أحسب AG .

(3) أ) يبين أن $OEDC$ متوازي الأضلاع و استنتج أن (OG) حامل لإحدى متوسطات المثلث OEC .

(ب) يبين أن $OECA$ متوازي الأضلاع. ماذا يمثل (EG) بالنسبة إلى المثلث OEC ؟

(ج) يبين أن G مركز ثقل المثلث OEC .

التمرين الخامس : (4 نقاط)

(وحدة قياس الطول هي الصنمتر)

يمثل الرسم المصاحب هرما $SABCD$ حيث $ABCD$ مربع و $AB = 2\sqrt{2}$.

المستقيم (SA) عمودي على المستقيمين (AB) و (AD) و $SA = 2\sqrt{5}$.

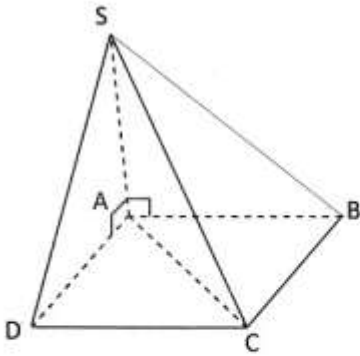
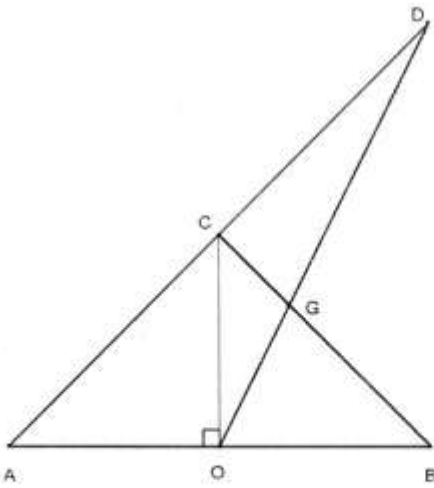
(1) أ) يبين أن المستقيم (SA) عمودي على المستوي (ABD) .

(ب) استنتج أن المثلث SAC قائم الزاوية.

(2) أ) أحسب البعد AC .

(ب) يبين أن $SC = 6$.

(3) لتكن E منتصف $[SC]$. أحسب البعد AE .



اصلاح امتحان شهادة ختم التعليم الأساسي العام لدورة 2013 في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

ج ← (3)	أ ← (2)	ب ← (1)
---------	---------	---------

التمرين الثاني:

$$a+b = \frac{\sqrt{5}+1}{2} + \frac{\sqrt{5}-1}{2} = \frac{\sqrt{5}+1+\sqrt{5}-1}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5} \quad (1) \text{ أ-}$$

$$\boxed{a+b = \sqrt{5}} \text{ إذن:}$$

$$a \times b = \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right) \times \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right) = \frac{(\sqrt{5}+1) \times (\sqrt{5}-1)}{2 \times 2} = \frac{\sqrt{5}^2 - 1^2}{4} = \frac{5-1}{4} = \frac{4}{4} = 1 \text{ ب- بما أن:}$$

فإن: b هو مقلوب العدد a .

(2) أ- بتطبيق نظرية فيثاغورس في المثلث IBC القائم في B ، فإن: $IC^2 = IB^2 + BC^2$ حيث $IB = \frac{AB}{2}$ لأن I منتصف $[AB]$.

$$IC^2 = \frac{5}{4} \text{ يعني } IC^2 = \frac{1}{4} + 1 \text{ يعني } IC^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1^2 \text{ يعني } IC^2 = \left(\frac{AB}{2}\right)^2 + BC^2 \text{ إذن:}$$

$$\boxed{IC = \frac{\sqrt{5}}{2}} \text{ يعني } IC = \sqrt{\frac{5}{4}} \text{ و منه:}$$

ب- بما أن: $IE = IC$ (يمثلان شعاعي الدائرة)

و: $IB = IA = \frac{AB}{2}$ لأن I منتصف $[AB]$.

$$\boxed{AE = \frac{1+\sqrt{5}}{2}} \text{ يعني } AE = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ يعني } AE = \frac{AB}{2} + IC \text{ يعني } AE = IA + IE \text{ فإن:}$$

$$\boxed{BE = \frac{\sqrt{5}-1}{2}} \text{ يعني } BE = \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{2} \text{ يعني } BE = IC - \frac{AB}{2} \text{ يعني } BE = IE - IB \text{ و:}$$

التمرين الثالث:

$$A = \frac{1}{3}(3x - 2) + 2x - \frac{7}{3} = \frac{1}{3} \times 3x - \frac{1}{3} \times 2 + 2x - \frac{7}{3} \quad (1) \text{ أ-}$$

$$= x - \frac{2}{3} + 2x - \frac{7}{3}$$

$$= 3x - \frac{9}{3} = 3x - 3$$

$$\boxed{A = 3x - 3} \text{ إذن:}$$

$$\text{ب-} \quad 3x - 3 \geq 0 \text{ يعني } 3x \geq 3 \text{ يعني } x \geq \frac{3}{3} \text{ يعني } \boxed{x \geq 1} \text{ و بالتالي: } S_{\mathbb{R}} = [1, +\infty[$$

$$(2) \text{ أ- في حالة } x = \sqrt{2} \text{ فإن: } B = \sqrt{2}^2 - (1 + \sqrt{2}) \times \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2 - 1 \times \sqrt{2} - \sqrt{2} \times \sqrt{2} + \sqrt{2}$$

$$= \cancel{2} - \cancel{\sqrt{2}} - \cancel{2} + \cancel{\sqrt{2}} = 0$$

$$B = (x - 1)(x - \sqrt{2}) = x \times x - x \times \sqrt{2} - 1 \times x + 1 \times \sqrt{2} \quad \text{ب-}$$

$$= x^2 - \sqrt{2}x - x + \sqrt{2}$$

$$= x^2 - (\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2}$$

$$\boxed{B = (x - 1)(x - \sqrt{2})} \text{ إذن:}$$

$$B - A = (x - 1)(x - \sqrt{2}) - (3x - 3) = (x - 1)(x - \sqrt{2}) - 3(x - 1) \quad (3) \text{ أ-}$$

$$= (x - 1)(x - \sqrt{2} - 3)$$

$$\text{ب-} \quad A = B \text{ يعني } A - B = 0 \text{ يعني } (x - 1)(x - \sqrt{2} - 3) = 0 \text{ أو } x - 1 = 0 \text{ أو } x - \sqrt{2} - 3 = 0$$

$$\text{يعني } \boxed{x = 1} \text{ أو } \boxed{x = \sqrt{2} + 3}$$

التمرين الرابع:

(1) لدينا في المثلث ABD:

✓ C منتصف [AD] يعني [BC] موسّط للمثلث ABD (لأنّ A و D متناظران بالنسبة إلى C).

✓ O منتصف [AB] يعني [DO] موسّط للمثلث ABD .

و بما أنّ [BC] و [OD] يتقاطعان في نقطة G ، فإنّ G تمثّل مركز ثقل المثلث ABD .

(2) أ- بما أنّ G مركز ثقل المثلث ABD ، فإنّ [AG] موسّط للمثلث ABD يعني المستقيم (AG) يقطع الضلع [BD] في منتصفه،

و بالتالي : E منتصف [BD] .

ب-

❖ لدينا: $CA=CD$ لأنّ C منتصف [AD] ؛ و : $CA=CB$ لأنّ C نقطة من الموسّط العمودي للقطعة [AB] .

مما يعني أنّ: $CA=CD=CB$ و بما أنّ C منتصف [AD] ، فإنّ ABD: مثلث قائم الزاوية في B .

و منه : $(AB) \perp (BD)$

❖ لدينا في المثلث O : ABD و C منتصف [AB] و [AD] على التوالي.

إذن: $OC = \frac{1}{2} \times BD$ يعني $BD = 2 \times OC$ يعني $BD = 2 \times 3 = 6$ و بالتالي: $BD = 6 \text{ cm}$

ج-

❖ حساب البعد AE:

بتطبيق نظرية فيثاغور في المثلث ABE القائم في B ، فإنّ: $AE^2 = AB^2 + BE^2$

يعني $AE^2 = 6^2 + 3^2$ يعني $AE^2 = 36 + 9$ يعني $AE^2 = 45$

إذن : $AE = \sqrt{45} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$ و منه : $AE = 3\sqrt{5}$

❖ حساب البعد AG:

بما أنّ G مركز ثقل المثلث ABD ، فإنّ : $AG = \frac{2}{3} \times AE$ يعني : $AG = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{5}$

إذن: $AG = 2\sqrt{5}$

❖ لدينا: $DE = \frac{BD}{2} = 3 \text{ cm}$ لأن E منتصف [BD] ، يعني $OC=DE$ (نتيجة 1)

و لدينا : $(OC) // (BD)$ لأنهما عموديان على نفس المستقيم (AB) ، يعني $(OC) // (DE)$ (نتيجة 2)

إذن حسب (نتيجة 1) و (نتيجة 2) نستنتج أنّ الضلعين المتقابلين للرّباعي OECD متقايسين و متوازيين .

يعني OECD متوازي أضلاع.

❖ بما أنّ OECD متوازي أضلاع ، فإنّ قطراه يتقاطعان في منتصفيهما يعني [OD] يقطع [CE] في منتصفه،

و بما أنّ G نقطة من المستقيم (OD) فإنّ (OG) يقطع الضلع [CE] في منتصفه،

و بالتّالي : (OG) حامل لإحدى موسّطات المثلث OEC .

ب-

❖ لدينا في المثلث ABD :

✓ C منتصف [AD] .

✓ E منتصف [BD] .

إذن: $(CE) // (AB)$ و $CE = \frac{AB}{2}$ و منه : $(CE) // (AO)$ و $CE=AO$ يعني OECA متوازي أضلاع.

❖ بما أنّ OECA متوازي أضلاع ، فإنّ قطراه يتقاطعان في منتصفيهما يعني [AE] يقطع [OC] في منتصفه،

و بما أنّ G نقطة من المستقيم (AE) فإنّ (EG) يقطع الضلع [OC] في منتصفه،

و بالتّالي : (EG) حامل لإحدى موسّطات المثلث OEC .

ج- بما أنّ G نقطة تقاطع المستقيمين (OG) و (EG) حاملتي موسّطي للمثلث OEC ، فإنّ G تمثّل مركز ثقل المثلث ABD .

التمرين الخامس:

1 أ- بما أنّ : المستقيم (SA) عمودي على (AB) و (AD) على التوالي في النقطة A، وهما مستقيمان من المستوي (ABD).

$$\boxed{(SA) \perp (ABD)} \text{ فإن:}$$

ب- بما أنّ المستقيم (SA) عمودي على المستوي (ABD) في النقطة A ، فإنّ كلّ مستقيم محتو في المستوي (ABD) و مارّ من A يكون عمودياً على (SA) و منه : $(SA) \perp (AC)$ يعني SAC مثلث قائم الزاوية في A .

2 أ- بما أنّ ABCD مربع طول ضلعه $2\sqrt{2}$ ، فإنّ: $AC = \sqrt{2} \times AB = \sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 4 \text{ cm}$ ، و بالتالي: $\boxed{AC=4 \text{ cm}}$

ب- بتطبيق نظرية فيثاغور في المثلث SAC القائم في A ، فإنّ: $SC^2 = AC^2 + AS^2$ يعني $SC^2 = 4^2 + (2\sqrt{5})^2$

$$\text{يعني } SC^2 = 16 + 20 \text{ يعني } SC^2 = 36 \text{ يعني } SC = \sqrt{36} = 6 \text{ cm} \text{ ، و بالتالي: } \boxed{SC=6 \text{ cm}}$$

3 بما أنّ SAC مثلث قائم الزاوية في A فإنّ منتصف وتره [SC] متساوي البعد عن رؤوسه الثلاثة ،

$$\text{و بما أنّ E منتصف الوتر [SC] فإنّ } AE = ES = EC = \frac{SC}{2} \text{ يعني } AE = \frac{6}{2} = 3 \text{ و بالتالي } \boxed{AE=3 \text{ cm}}$$