الحصر – المجالات – القيمة المطلقة

I – الحصر :

1 . تعريف :

حصر عدد حقيقي x يعني إيجاد عددين a و b بحيث : $a \leq x \leq b$ ومدى هذا الحصر هو : $b-a$

مثال : أوجد حصرا للعدد $\sqrt{5}$ مداه 10^{-2} ؟

نعلم أن $\sqrt{5}=2,23607..$ إذن $2,23 \leq \sqrt{5} \leq 2,24$ و مدى هذا الحصر هو : $2,24-2,23=0,01=10^{-2}$

2- حصر مجموع أو جذاء :

لحصر مجموع أو جذاء نستعمل قواعد الجمع أو الضرب طرفا بطرف

مثال : $3 \leq x \leq 8$ و $1 \leq y \leq 7$ و $-2 \leq z \leq -1$ أعط حصرا لـ $x+y$ و xy و yz ؟

$$1+3 \leq x+y \leq 7+8 \Leftrightarrow 4 \leq x+y \leq 15 \quad \text{و} \quad 1 \times 3 \leq xy \leq 7 \times 8 \Leftrightarrow 3 \leq xy \leq 56$$

لدينا: $1 \leq -z \leq 2 \Leftrightarrow 1 \times 1 \leq -yz \leq 2 \times 7 \Leftrightarrow 1 \leq -yz \leq 14 \Leftrightarrow -14 \leq yz \leq -1$

3- حصر فرق و حاصل قسمة :

حصر فرق يعني إضافة المقابل أما حصر حاصل قسمة فإنه يعني ضرب في المقلوب مع مراعاة اتجاه الحصر

مثال : $3 \leq x \leq 8$ و $1 \leq y \leq 7$ أعط حصرا لـ $x-y$ و $\frac{x}{y}$ ؟

$$-7 \leq -y \leq -1 \Leftrightarrow 3+(-7) \leq x+(-y) \leq 8+(-1) \Leftrightarrow -4 \leq x-y \leq 7$$

$$\frac{1}{7} \leq \frac{1}{y} \leq 1 \Leftrightarrow 3 \times \frac{1}{7} \leq x \times \frac{1}{y} \leq 8 \times 1 \Leftrightarrow \frac{3}{7} \leq \frac{x}{y} \leq 8$$

II- المجالات :

1 – تعريف :

a و b عددان حقيقيان حيث : $a \leq b$

نسمي مجالا مغلقا طرفاه a و b مجموعة الأعداد الحقيقية x بحيث : $a \leq x \leq b$ و نرمز إليه بالرمز $[a;b]$. بطريقة مبسطة نسمي مجالا مجموعة الأعداد الحقيقية المحددة بحصر.

2- تمثيل مجال :

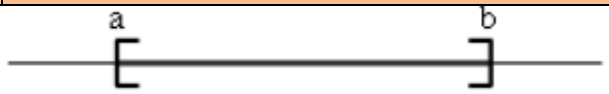
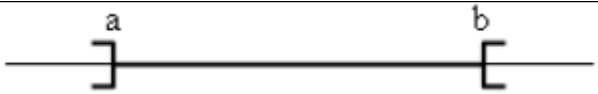
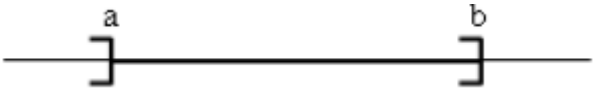
يمثل المجال على مستقيم مدرج بواسطة نقطتين A و B فاصلاتهما على التوالي a و b .

3- أنواع المجالات :

TunisieCollege.net © 2014

الحصر – المجالات – القيمة المطلقة

أ- **المجالات المحدودة** : نعتبر a و b عددين حقيقيين بحيث : $a \leq b$

المجال الذي يرمز إليه	مجموعة الأعداد الحقيقية x	التمثيل على مستقيم مدرج	تسمية المجال
$[a;b]$	$a \leq x \leq b$		المجال المغلق طرفاه a و b
$]a;b[$	$a < x < b$		المجال المفتوح طرفاه a و b
$]a;b]$	$a < x \leq b$		المجال نصف مغلق على اليمين أو نصف مفتوح على اليسار طرفاه a و b
$[a;b[$	$a \leq x < b$		المجال نصف مفتوح على اليمين أو نصف مغلق على اليسار طرفاه a و b

ب- **المجالات غير المحدودة** : نعتبر a و b عددين حقيقيين

المجال الذي يرمز إليه	مجموعة الأعداد الحقيقية x	التمثيل على مستقيم مدرج	تسمية المجال
$[a;+\infty[$	$x \geq a$		مجال مغلق غير محدود على اليمين طرفه a
$]a;+\infty[$	$x > a$		مجال مفتوح غير محدود على اليمين طرفه a
$]-\infty;b]$	$x \leq b$		مجال مغلق غير محدود على اليسار طرفه b
$]-\infty;b[$	$x < b$		مجال مفتوح غير محدود على اليسار طرفه b

ج- **المجالات و القيمة المطلقة** :

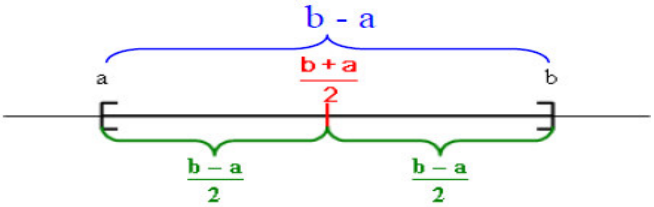
نعتبر x عدد حقيقي و a عددا حقيقيا موجبا .

- إذاكان العدد x يحقق ، $|x| \leq a$ يعني $x \in [-a;a]$. (مجال مغلق طرفاه $-a$ و a)
- إذاكان العدد x يحقق ، $|x| < a$ يعني $x \in]-a;a[$. (مجال مفتوح طرفاه $-a$ و a)
- إذاكان العدد x يحقق ، $|x| \geq a$ يعني $x \in]-\infty;-a] \cup [a;+\infty[$. (اتحاد مجالين غير محدودان مغلقان)
- إذاكان العدد x يحقق ، $|x| > a$ يعني $x \in]-\infty;-a[\cup]a;+\infty[$. (اتحاد مجالين غير محدودان مفتوحان)

TunisieCollege.net © 2014

4- عناصر المجال :

يتميز المجال $[a;b]$ بالعناصر الأتية :

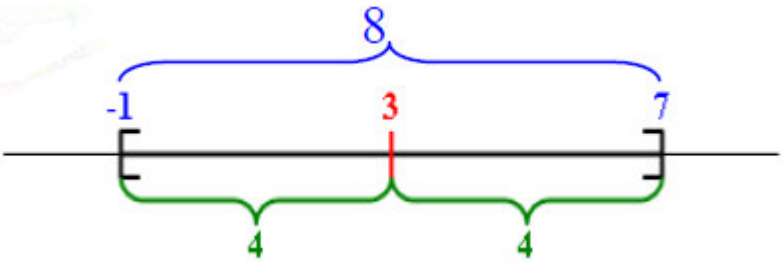


✸ **مركزه** : و هو العدد الحقيقي : $c=\dfrac{b+a}{2}$

✸ **طوله** : و هو العدد الحقيقي الوجب : $b-a$

✸ **نصف قطره** : وهو العدد الحقيقي الموجب : $r=\dfrac{b-a}{2}$

مثال : أوجد مركز و طول و نصف قطر المجال : $[-1;7]$



- **مركزه هو** : $c=\dfrac{7+(-1)}{2}=\dfrac{6}{2}=3$
- **طوله هو** : $7-(-1)=7+1=8$
- **نصف قطره هو** : $r=\dfrac{7-(-1)}{2}=\dfrac{7+1}{2}=\dfrac{8}{2}=4$

5- تقاطع و اتحاد مجالين :

- تقاطع مجالين I و J هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تنتمي إلى I و J و نرمز إليه بـ : $I\cap J$.
- اتحاد مجالين I و J هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تنتمي إلى I أو J و نرمز إليه بـ : $I\cup J$.

مثال : ليكن $I=]-3;2]$ و $J=]-\infty;1]$ أوجد $I\cap J$ و $I\cup J$.

الحل :

$$I\cap J=]-3;1] \quad \text{و} \quad I\cup J=]-\infty;2]$$

TunisieCollege.net © 2014

تطبيق 1 صفحة 99 :

أ- $x \in \left[\frac{3}{5};\frac{2}{3}\right] \Leftrightarrow \frac{3}{5} \le x \le \frac{2}{3} \Leftrightarrow 15\times\frac{3}{5} \le 15x \le 15\times\frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{45}{5} \le 15x \le \frac{30}{5} \Leftrightarrow 9 \le 15x \le 10$

إذن : $15x \in [9;10]$

ب- $\frac{3}{5} \le x \le \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{3}{5}-\frac{1}{2} \le x-\frac{1}{2} \le \frac{2}{3}-\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{6}{10}-\frac{5}{10} \le x-\frac{1}{2} \le \frac{4}{6}-\frac{3}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{10} \le x-\frac{1}{2} \le \frac{1}{6}$

إذن : $x-\frac{1}{2} \in \left[\frac{1}{10};\frac{1}{6}\right]$

تطبيق 2 صفحة 99 :

أ- $x \in \left[-\frac{7}{5};-\frac{4}{3}\right] \Leftrightarrow -\frac{7}{5} \le x \le -\frac{4}{3} \Leftrightarrow 3\times-\frac{7}{5} \le 3x \le \cancel{3}\times-\frac{4}{\cancel{3}} \Leftrightarrow -\frac{21}{5} \le 3x \le -4$

إذن : $3x \in \left[-\frac{21}{5};-4\right]$

ب- $-\frac{21}{5} \le 3x \le -4 \Leftrightarrow -\frac{21}{4}+\frac{2}{5} \le 3x+\frac{2}{5} \le -4+\frac{2}{5} \Leftrightarrow -\frac{84}{20}+\frac{8}{20} \le 3x+\frac{2}{5} \le -\frac{20}{5}+\frac{2}{5} \Leftrightarrow -\frac{76}{20} \le 3x+\frac{2}{5} \le -\frac{18}{5}$

$\Leftrightarrow -\frac{19}{5} \le 3x+\frac{2}{5} \le -\frac{18}{5}$

يعني $3x+\frac{2}{5} \in \left[-\frac{19}{5};-\frac{18}{5}\right]$

تطبيق 3 صفحة 99 :

أ- $|x| \le \frac{\sqrt{2}}{3}$ يعني $-\frac{\sqrt{2}}{3} \le x \le \frac{\sqrt{2}}{3}$

$|y| \le \frac{3\sqrt{2}}{2}$ يعني $-\frac{3\sqrt{2}}{2} \le y \le \frac{3\sqrt{2}}{2}$

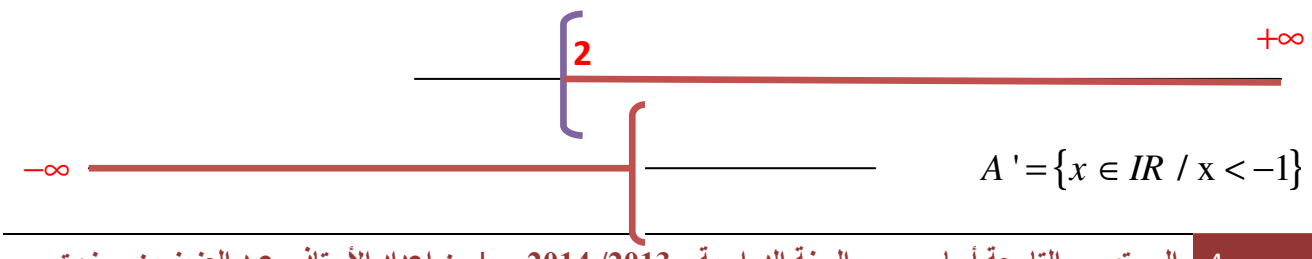
ب- لدينا : $|x| \le \frac{\sqrt{2}}{3}$ و $|y|>0$ يعني $|x|\times|y| \le \frac{\sqrt{2}}{3}|y|$ وبالتالي $|xy| \le \frac{\sqrt{2}}{3}|y|$.

ت- بما أن : $|y| \le \frac{3\sqrt{2}}{2}$ فان : $\frac{\sqrt{2}}{3}\times|y| \le \frac{\sqrt{2}}{3}\times\frac{3\sqrt{2}}{2}$ أي $\frac{\sqrt{2}}{3}|y| \le \frac{6}{6}$ اذن : $\frac{\sqrt{2}}{3}|y| \le 1$

ث- لدينا : $|y| \le 1$ يعني $|xy| \le \frac{\sqrt{2}}{3}|y|$ و $|xy| \le 1$ بالتالي $xy \in [-1;1]$.

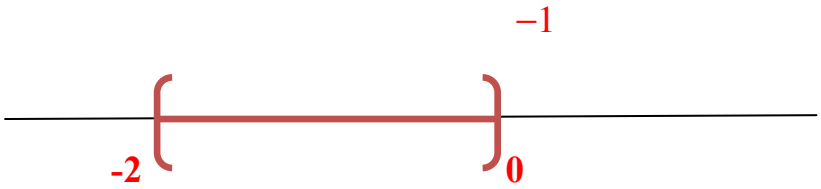
نشاط 8 صفحة 99 : التمثيل على مستقيم مدرج

1) أ- $A = \{x \in IR \ / \ x \ge 2\}$



$A' = \{x \in IR \ / \ x < -1\}$

TunisieCollege.net © 2014



$K=\{x\in IR\ /\ -2\le x<0\}$

$K'=\{x\in IR\ /\ 1<x<3\}$

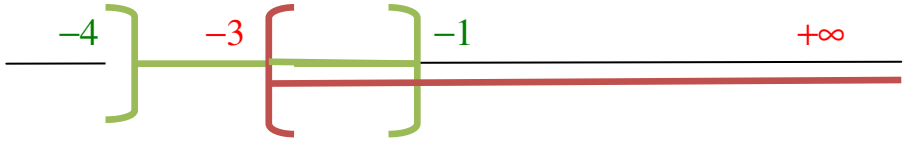
ب-كتابة المجموعات السابقة في صيغة مجال :

$A=[2;+\infty[$; $A'=]-\infty;-1[$; $K=[-2;0[$; $K'=]1;3[$

2) أ- نعبر عن المجالات بواسطة مجموعات :

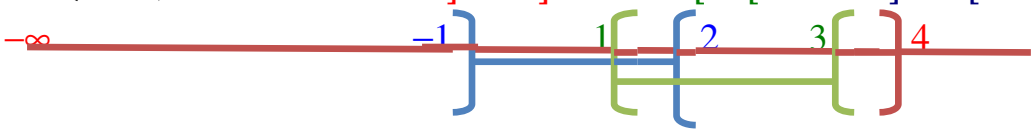
الكتابة على شكل مجالات	الكتابة على شكل مجموعات
$I=[-3;+\infty[$	$I=\{x\in IR\ /\ x\ge -3\}$
$J=]-\infty;4]$	$J=\{x\in IR\ /\ x\le 4\}$
$B=]-1;2[$	$B=\{x\in IR\ /\ -1<x<2\}$
$C=[1;3[$	$C=\{x\in IR\ /\ 1\le x<3\}$
$D=]-4;-1]$	$D=\{x\in IR\ /\ -4<x\le -1\}$

ب- تمثيل كلا من $D=]-4;-1]$ و $I=[-3;+\infty[$ على نفس المستقيم العددي



$I\cap D=[-3;-1]$ و $I\cup D=]-4;+\infty[$

ج- تمثيل كلا من $B=]-1;2[$ و $C=[1;3[$ و $J=]-\infty;4]$ على نفس المستقيم العددي



$B\cap C\cap D=[1;2[$ و $B\cup C\cup D=]-\infty;4]$

TunisieCollege.net © 2014

أطبق 1 صفحة 102 :

أكتب في صيغة مجال المجموعات التالية :

الكتابة في صيغة مجموعات	الكتابة الموافقة في صيغة مجال
$A=\{x\in IR\ /\ -3\le x<2\}$	$A=[-3;2[$
$B=\{x\in IR\ /\ x\ge\sqrt{3}\}$	$B=[\sqrt{3};+\infty[$
$C=\left\{x\in IR\ /\ x\le\frac{5}{4}\right\}$	$C=\left]-\infty;\frac{5}{4}\right]$
$D=\left\{x\in IR\ /\ x<\sqrt{\frac{7}{11}}\right\}$	$D=\left]-\infty;\sqrt{\frac{7}{11}}\right[$
$E=\{x\in IR\ /\ \lvert x\rvert\ge 1\}$	$E=]-\infty;-1]\cup[1;+\infty[$

أطبق 2 صفحة 102 :

أنقل على كراسك ثم أكمل الفراغات بما يناسب :

أ- $\lvert x\rvert\le 3$ يعني $x\in[-3;3]$

ب- $]-2;2[$ $x\in$ يعني $\lvert x\rvert<2$

ت- $]-\infty;1[$ $x\in$ يعني $x<1$

ث- $x\ge 0$ يعني $x\in[0;+\infty[=IR_+$

أطبق 3 صفحة 102 :

أ- $\lvert x-3\rvert=2$ يعني $x-3=2$ أو $x-3=-2$ اذن : $x=2+3=5$ أو $x=-2+3=1$

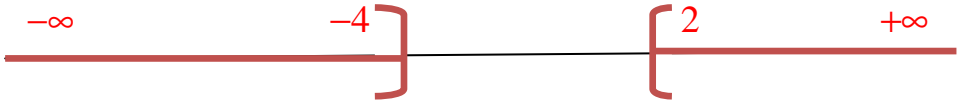
و بالتالي $S_{IR}=\{1;5\}$.

ب- $\lvert x+2\rvert\le\frac{1}{2}$ يعني $-\frac{1}{2}\le x+2\le\frac{1}{2}$ يعني $-\frac{1}{2}-2\le x\le\frac{1}{2}-2$ يعني $-\frac{5}{2}\le x\le-\frac{3}{2}$

ت- و بالتالي $x\in\left[-\frac{5}{2};-\frac{3}{2}\right]$

ث- $\lvert x+1\rvert\ge 3$ يعني $x+1\ge 3$ أو $x+1\le -3$ يعني $x\ge 2$ أو $x\le -4$ و بالتالي

$x\in]-\infty;-4]\cup[2;+\infty[$ (اتحاد مجالين)

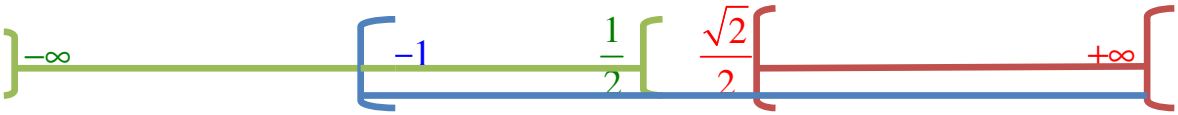


TunisieCollege.net © 2014

أطبق 4 صفحة 102 :

الكتابة في صيغة مجموعات	الكتابة الموافقة في صيغة مجال
$I=\{x\in IR\ /\ x\geq -1\}$	$I=[-1;+\infty[$
$J=\left\{x\in IR\ /\ x<\frac{1}{2}\right\}$	$J=\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$
$K=\left\{x\in IR\ /\ x\geq \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$	$K=\left[\frac{\sqrt{2}}{2};+\infty\right[$

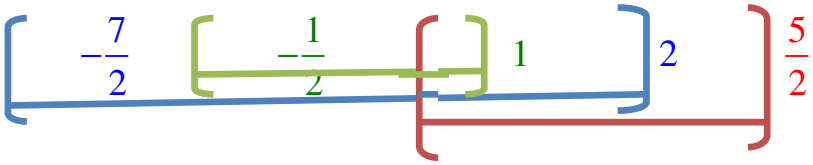
أ- التمثيل على نفس المستقيم العددي وتحديد التقاطعات :



ب- $I\cap J=\left[-1;\frac{1}{2}\right[$ و $K\cap J=\varnothing$ و $K\cap I=\left[\frac{\sqrt{2}}{2};+\infty\right[$

أطبق 5 صفحة 102 :

$C=\left[-\frac{7}{2};2\right]$ $B=\left[-\frac{1}{2};1\right]$ $A=\left[1;\frac{5}{2}\right]$



$C\cup B=\left[-\frac{7}{2};2\right]=C$ و $A\cup C=\left[-\frac{7}{2};\frac{5}{2}\right]$ و $A\cup B=\left[-\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right]$

TunisieCollege.net © 2014

تمارين حول الحـــصر – القيمــة المطلــقة – المجالات

التمرين رقم 01 :

x عدد حقيقي بحيث : $4 \leq x \leq 7$ أعط حصرا للعدد A حيث : $A = x + \frac{1}{x}$

التمرين رقم 02 :

إذا علمت أن : $1 < x < 2$ و $\sqrt{2} < y < 3$ و $-3 \leq z \leq -2$

❶ أعط حصرا لكل من : $x + z$ و xy و xz و $-2x + 5$ و $y^2 - 1$

❷ استنتج حصرا لكل من : $x(y + z)$ و $\frac{y^2 - 1}{-2x + 5}$ و $(x + z)^2$

التمرين رقم 03 :

x عدد حقيقي بحيث : $1,2 < x < 1,5$

1 – أوجد حصرا لـ A حيث : $A = 2x - 4$

2- أوجد حصرا لـ B حيث : $B = \frac{1}{x} - 1$

3- أوجد حصرا لـ C حيث : $C = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2$

التمرين رقم 04 :

L عدد حقيقي حيث : $L = \frac{2 - 2\sqrt{5}}{1 + \sqrt{5}}$. أوجد حصرا للعدد L إذا علمت أن : $2,23 \leq \sqrt{5} \leq 2,24$

التمرين رقم 05 :

علما أن $1,72 \leq \sqrt{3} \leq 1,73$ و $2,23 \leq \sqrt{5} \leq 2,24$

أوجد حصرا لكل من الأعداد : $\sqrt{3} + \sqrt{5}$; $\sqrt{15}$; $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$; $\sqrt{3} - \sqrt{5}$ و $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}$

التمرين رقم 06 :

ABC مثلث قائم الزاوية في A . إذا علمت أن $2,1 \leq AB \leq 2,2$ و $3,1 \leq AC \leq 3,2$. أوجد حصرا لطول الوتر

التمرين رقم 07 :

دائرة نصف قطرها r حيث : $2,7 \leq r \leq 2,8$. أوجد حصرا لمساحة هذه الدائرة و لتكن S إذا علمت أن : $3,14 \leq \pi \leq 3,15$

التمرين رقم 08 :

a و b و c أعداد حقيقية حيث : $3,05 \leq a \leq 3,1$ و $-5,2 \leq b \leq -5,15$ و $2,1 \leq c \leq 2,2$

أوجد حصرا للعددين x و y إذا علمت أن : $x = \frac{ac^2}{b^2}$ و $y = \sqrt{x}$.

TunisieCollege.net © 2014

التمرين رقم 09 :

عبر بمجال أو بإتحاد مجالين عن مجموعة الأعداد الحقيقية x التي تحقق الشرط الموضح في كل حالة مما يلي :

❶ $1 \leq x < 4$; ❷ $-1 < x < \frac{3}{2}$; ❸ $x \geq 2$; ❹ $x < 3$; ❺ $x \geq 5$ أو $x \leq 3$

التمرين رقم 10 :

عبر عن كل مجموعة (مجال أو إتحاد مجالين) مما يلي باستعمال المتباينات :

❶ $[-4;0]$; ❷ $\left]1;\frac{11}{2}\right]$; ❸ $\left]-\frac{3}{2};+\infty\right[$; ❹ $\left]-\infty;\sqrt{3}\right]$

❺ $]-\infty;1[\cup]3;+\infty[$; ❻ $[-1;3[\cup]3;+\infty[$

التمرين رقم 11 :

عين $I \cap J$ و $I \cup J$ في كل حالة مما يلي :

❶ $I = [-4;1]$ و $J =]-1;3]$; ❷ $I =]-\infty;0]$ و $J = [0;4[$

❸ $I = [5;12[$ و $J = [12;+\infty[$; ❹ $I =]-\infty;2[$ و $J = \left[2;\frac{13}{2}\right]$

❺ $I =]-\infty;-1] \cup [1;+\infty[$ و $J = [-2;0] \cup [4;5]$

التمرين رقم 12 :

أوجد مركز كل مجال و نصف قطره ثم عبر عنه باستعمال القيمة المطلقة :

❶ $[2;10]$; ❷ $]5;8]$; ❸ $\left]\frac{11}{4};\frac{7}{2}\right[$

التمرين رقم 13 :

أنقل و أكمل الجدول التالي :

إذا كانت ..... $\in x$	فإن x تحقق
$x \in \left[2;\frac{13}{2}\right]$	
	$x \geq -4$
	$x \leq 1$ أو $x > 3$
$x \in IR^*$	
	$x \geq 0$
$x \in IR_-$	
	$x < 0$
$x \in IR_-^*$	

التمرين رقم 14 :

ليكن x عدد حقيقي بحيث : $x \in [2;3]$ و لتكن العبارة A بحيث : $A = \frac{2x^2 - 4}{x + 2}$

TunisieCollege.net © 2014

❶ بين أن : $A = 2x - 4 + \dfrac{4}{x+2}$

❷ استنتج حصرا للعبارة A .

التمرين رقم 15 :

أنقل ثم أكمل الجدول التالي :

I	J	$I \cap J$	$I \cup J$
$]-\infty;3]$	$\left]3;\dfrac{25}{3}\right[$		
$\left[-4;\dfrac{1}{2}\right[$	$\left]\dfrac{1}{2};6\right]$		
IR_+	IR_-		
IR_+^*	IR_-^*		
IR_+	IR_-^*		

التمرين رقم 16 :

1 / أحسب الأعداد التالية : (أكتبها دون القيمة المطلقة)

$\left|\sqrt{3}-1\right|$; $\left|\pi-\dfrac{22}{7}\right|$; $\left|4\sqrt{5}-9\right|$

2 / أحسب المجموعة E حيث : $E = -2\left|\sqrt{5}-2\right| + \left|3-2\sqrt{5}\right| - \left|\pi-3\right| + \left|\pi+6\right|$

التمرين رقم 17 :

مثل على مستقيم مدرج الأعداد الحقيقية x في كل حالة مما يلي :

❶ $|x-4| = 3$ ❷ $|x+3| = 1$ ❸ $|x-1| = \dfrac{5}{2}$

التمرين رقم 18 :

مثل على مستقيم مدرج الأعداد الحقيقية x التي تحقق الشرط في كل حالة مما يلي :

❶ $|x+3| \le 5$; ❷ $|2x-5| \le 4$; ❸ $|x-4| \ge 2$

التمرين رقم 19 :

مثل على مستقيم مدرج الأعداد الحقيقية x التي تحقق الشرط في كل حالة مما يلي :

❶ $|x-4| = 3$; ❷ $|-2x+10| = 4$

❸ $|x| \le 2$; ❹ $|x-1,5| < 3$

TunisieCollege.net © 2014