

الترتيب و المقارنة في مجموعة الأعداد الحقيقية

التمرين الأول:

قارن بين x و y في كل حالة من الحالات التالية :

- أ- $x - y = \frac{1}{3}$.
ب- $x = \pi + 1$ و $y = \pi + \sqrt{2}$.
ج- $x = 3\sqrt{3}$ و $y = \pi + \sqrt{12}$.
د- $x = \pi + \sqrt{5}$ و $y = 5$.
هـ- $x = 3\sqrt{3}$ و $y = \sqrt{12}$.
و- $x = \frac{3}{\pi - \sqrt{3}}$ و $y = \frac{3}{3 - \sqrt{3}}$.

التمرين الثاني:

ليكن a عدد حقيقي موجب قطعاً .

1) أ- اختصر العبارة $A = (\sqrt{a+1} - \sqrt{a})(\sqrt{a+1} + \sqrt{a})$.

إذا كان a و b عدداً حقيقيين
مخالفان للصفر فإن :

$$\frac{1}{a} > \frac{1}{b} \text{ يعني } a < b$$

- ب- استنتج مقلوب العدد $(\sqrt{a+1} + \sqrt{a})$.
1) أ- قارن بين $2\sqrt{a}$ و $\sqrt{a+1} + \sqrt{a}$.
ب- استنتج أن $\sqrt{a+1} - \sqrt{a} \leq \frac{\sqrt{a}}{2a}$.

التمرين الثالث:

1) نعتبر العدد الحقيقي $a = 2\sqrt{5}(\sqrt{5} - 1) - 4$

أ- بين أن $a = 6 - 2\sqrt{5}$.

ب- قارن بين العددين 6 و $2\sqrt{5}$.

ج- استنتج أن a عدد موجب .

2) بين أن $a = (\sqrt{5} - 1)^2$.

3) ليكن العدد الحقيقي $b = \sqrt{245} - \sqrt{45}$

أ- بين أن $b = 4\sqrt{5}$.

ب- بين أن $\frac{b-a}{\sqrt{5}-1}$ هو عدد صحيح طبيعي .

إذا كان a و b عدداً حقيقيين موجبان فإن :

$$a < b \text{ يعني } a^2 < b^2$$

إذا كان a و b عدداً حقيقيين سالبان فإن :

$$a > b \text{ يعني } a^2 < b^2$$

التمرين الرابع:

(1) نعتبر العدد الحقيقي $a = 5\sqrt{2} - 7$

أ- قارن بين العددين 6 و $5\sqrt{2}$.

ب- استنتج علامة العدد a .

(2) ليكن العدد الحقيقي $b = \sqrt{200} - \sqrt{50} + \sqrt{49}$

أ- بين أن $b = 5\sqrt{2} + 7$.

ب- بين أن العددين a و b مقلوبان.

ج- بين أن العددين b و $b(a - 1) - 1$ متقابلان.

التمرين الخامس:

(1) نعتبر العددين $a = (\sqrt{3} + 2)^2$ و $b = 3\sqrt{18} - \sqrt{32} + 7$

أ- بين أن $a = 7 + 4\sqrt{3}$ و $b = 7 + 5\sqrt{2}$.

ب- قارن بين العددين $4\sqrt{3}$ و $5\sqrt{2}$ ثم استنتج مقارنة بين العددين a و b .

(2) نعتبر العدد $c = 7 - 4\sqrt{3}$

أ- بين أن العددين a و c مقلوبان.

ب- استنتج أن $bc > 1$.

(3) بين أن العدد $\sqrt{\frac{a}{c} + \frac{c}{a}} + 2$ هو عدد صحيح طبيعي.

التمرين السادس:

(1) نعتبر العددين $a = 3 + \sqrt{162} - 10\sqrt{2}$ و $b = (1 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) + 1$

أ- بين أن $a = 3 - \sqrt{2}$ و $b = \sqrt{3}$.

ب- استنتج علامة العدد a .

(2) أ- بين أن $a^2 - b^2 = 2(4 - 3\sqrt{2})$.

ب- قارن بين العددين 4 و $3\sqrt{2}$.

ج- استنتج مقارنة العددين a و b .

إذا كان a و b و c ثلاثة أعداد حقيقية فان :

$$a < b \text{ يعني } a + c < b + c$$