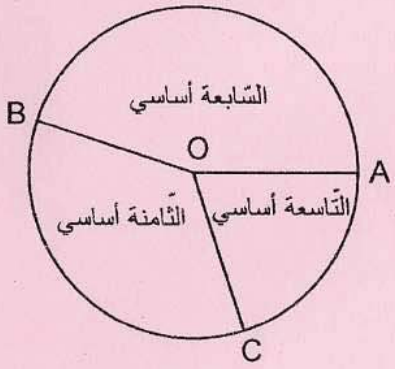
الجمهورية التونسية
وزارة التربية

امتحان شهادة ختم التعليم الأساسي العام
دورة 2017

الاختبار : **الرياضيات**	الحصّة : **ساعتان**	الضارب : 2

التمرين الأوّل (3 نقاط)
كلّ سؤال تليه ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة.
أنقل في كلّ مرّة على ورقة تحريرك رقم السؤال والإجابة الصحيحة الموافقة له.
1) يمثّل المخطّط الدائريّ المقابل توزيعا لتلاميذ إحدى المدارس الإعداديّة حسب المستوى الدّراسيّ حيث $\widehat{AOB} = 162°$ و $\widehat{BOC} = 126°$.



إذا اخترنا بصفة عشوائيّة تلميذا من هذه المدرسة فإنّ احتمال أن يكون يدرس بالسّنة التّاسعة أساسي هو

أ) 18% ب) 20% ج) 72%

2) إذا كان ABCD مربّعا مركزه O و M منتصف قطعة المستقيم [AB] فإنّ إحداثيّات M في المعيّن (O, B, C) هي

أ) $(\frac{1}{2}, 0)$ ب) $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ ج) $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$

3) العدد $20172017^2 - 4$ يقبل القسمة على

أ) 6 ب) 12 ج) 15

4) إذا كان SABCD هرما منتظما قاعدته المربّع ABCD قيس طول ضلعه a و مركزه O و $SA = a$ حيث a عدد موجب فإنّ الارتفاع SO يساوي

أ) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ ب) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ ج) $a\sqrt{2}$.

التمرين الثاني (4.5 نقاط)
نعتبر العددين الحقيقيّين $a = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+3) - (\sqrt{5}-1)}{4}$ و $b = \frac{6 - \sqrt{20}}{4}$

1) بيّن أنّ $a = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ و $b = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$

2) أ) بيّن أنّ a و b عددان مقلوبان.
ب) أحسب $a + b$
ج) بيّن أنّ $(a + b)^2 - 2ab = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ ثمّ احسب $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$.

3) أ) بيّن أنّ $2 \leq \sqrt{5} \leq \frac{5}{2}$
ب) بيّن أنّ $\frac{5}{2} \leq a \leq \frac{11}{4}$
ج) استنتج حصرا للعدد b ثمّ تحقّق أن مداه أصغر قطعا من 0,04.

2019
TunisieCollege.net

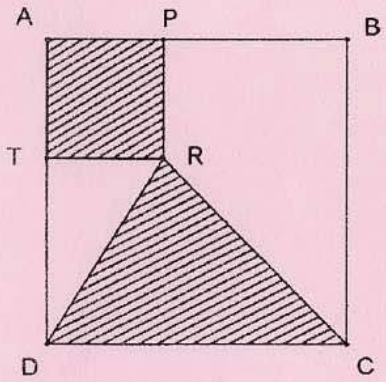
التمرين الثالث (3.5 نقاط)

1) نعتبر العبارة $E = x^2 - 2x + 8$ حيث x عدد حقيقيّ.

أ) أحسب القيمة العدديّة للعبارة E في كلّ من الحالتين $x = -\frac{1}{2}$ و $x = \frac{5}{2}$.

ب) بيّن أنّ $E = (x-1)^2 + 7$.

2) في الرّسم المقابل، حيث وحدة قيس الطّول هي الصّنتمتر، لدينا :



- ABCD مربّع قيس طول ضلعه 4.
- APRT مربّع قيس طول ضلعه a حيث a عدد حقيقي ينتمي للمجال $]0,4[$.

ليكن S مجموع قيسي مساحتي المربّع APRT و المثلّث CDR بالصّنتمتر المربّع.

أ) بيّن أنّ $S = a^2 - 2a + 8$.

ب) بيّن أنّ $S \geq 7$.

ج) أوجد العدد a الذي يحقّق المساواة $S = 7$.

التمرين الرابع : (5 نقاط)

وحدة قيس الطّول هي الصّنتمتر

1) أ) أرسم مثلّثا AOB قائما في A حيث $AB = 4$ و $AO = 3$.

ب) أحسب OB.

2) الدّائرة $\mathscr{C}$ التي مركزها O و تمرّ من A تقطع قطعة المستقيم [OB] في النّقطة E.

بيّن أنّ $BE = 2$.

3) المستقيم (AO) يقطع الدّائرة $\mathscr{C}$ في نقطة ثانية D.

أ) بيّن أنّ (AE) و (DE) متعامدان.

ب) المستقيم Δ العمودي على (AB) في النقطة B يقطع المستقيم (AE) في F .

بيّن أنّ النقطة B تنتمي للموسّط العمودي لقطعة المستقيم [EF].

4) لتكن النّقطة I منتصف قطعة المستقيم [DF].

بيّن أنّ المستقيمين (DE) و (IB) متوازيان.

5) لتكن H المسقط العمودي للنّقطة E على (AB).

أ) بيّن أنّ $\frac{BE}{BO} = \frac{BH}{BA} = \frac{EH}{OA}$.

ب) استنتج البعدين EH و BH.

التمرين الخامس : (4 نقاط)

يقدّم الجدول التّالي توزيع أشجار حقل زيتون حسب إنتاجها بالكيلوغرام.

الإنتاج بالكيلوغرام	[0, 20 [	[20 , 40 [	[40, 60 [	[60, 80 [	[80 , 100 [
عدد الأشجار	20	84	136	108	52

1) ما هي الفئة المنوال لهذه السّلسلة الإحصائيّة ؟

2) أحسب بالكيلوغرام معدّل إنتاج شجرة زيتون بهذا الحقل.

3) أ) كوّن جدول التّكرارات التّراكميّة الصّاعدة لهذه السّلسلة.

ب) أرسم مضلّع التّكرارات التّراكميّة الصّاعدة.

ج) استنتج قيمة تقريبيّة لموسّط هذه السّلسلة الإحصائيّة.

4) قام صاحب هذا الحقل بجمع محصول إحدى شجرات الزّيتون.

ما هو احتمال أن يكون إنتاج هذه الشّجرة أقلّ من 60 كغ ؟

2019
Tunisie College.net

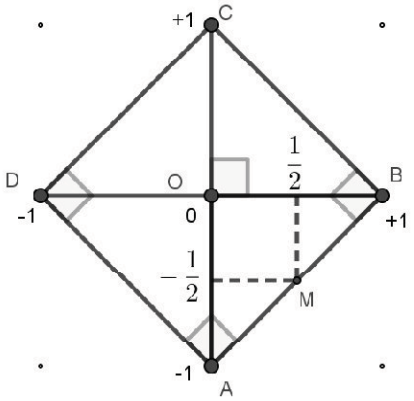
إصلاح الموضوع

(امتحان شهادة ختم التعليم الأساسي العام)

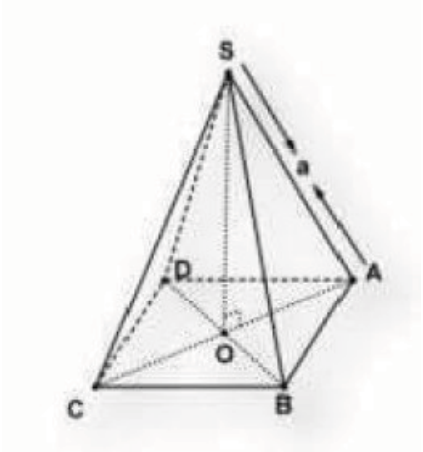
(دورة 2017)

المادة : الرياضيات

التمرين الأول (3 نقاط)

رقم السؤال	الإصلاح		مقاييس إسناد الأعداد
	الإجابة الصحيحة	**التعليل**	
1)	1) ب)	**ملاحظة** : التعليل عن الإجابة الصحيحة لكل سؤال من أسئلة هذا التمرين والذي سوف نعرضه في هذه الخانة هو غير مطالب به المترشح. لأنّ: $360° - (126° + 162°) = 360° - 288° = 72°$ وبالتالي : $\frac{72° \times 100\%}{360°} = 20\%$	**0.75**
2)	2) ج)	لأنّ : في المعيّن (O ;B,C) إحداثيات النقطتين B و C هي على التوالي : (0 ; 1) و (1; 0) وبالتالي: $M(\frac{1}{2};\frac{-1}{2})$  	**0.75**

2019 Tunisie College.net

(3	3) ج)	لأنّ: $20172017^2-4=20172017^2-2^2$ $20172017^2-4=(20172017-2)\times(20172017+2)$ $20172017^2-4=20172015\times20172019$ العدد 20172015 يقبل في نفس الوقت القسمة على 5 (لأن رقم آحاده 5) و على 3 (لأن مجموع أرقامه 18 يقبل القسمة على 3) فهو بالتالي يقبل القسمة على 15 . إذن الجذاء 20172015×20172019 يقبل القسمة على 15. أي: 20172017^2-4 يقبل القسمة على 15.	**0.75**
(4	4) ب)	باستعمال نظرية بيتاغور في المثلث OSA القائم في O لدينا : $SO^2=SA^2-0A^2=a^2-(\frac{a\sqrt{2}}{2})^2=a^2-\frac{2a^2}{4}$ أي : $SO^2=\frac{4a^2-2a^2}{4}=\frac{2a^2}{4}=\frac{a^2}{2}$ ومنه نتحصّل على: $SO=\sqrt{\frac{a^2}{2}}=\frac{a}{\sqrt{2}}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$ 	**0.75**

2019 Tunisie College.net

التمرين الثاني (4.5 نقاط)

رقم السؤال	الإصلاح	مقاييس إسناد الأعداد
1)	$a=\frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}+3)-(\sqrt{5}-1)}{4}=\frac{5+3\sqrt{5}-\sqrt{5}+1}{4}=\frac{6+2\sqrt{5}}{4}=\frac{2(3+\sqrt{5})}{4}=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$	0.5 +
	$b=\frac{6-\sqrt{20}}{4}=\frac{6-\sqrt{4\times5}}{4}=\frac{6-2\sqrt{5}}{4}=\frac{2(3-\sqrt{5})}{4}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$	0.25
2) أ)	$a\times b=\frac{3+\sqrt{5}}{2}\times\frac{3-\sqrt{5}}{2}=\frac{(3+\sqrt{5})\times(3-\sqrt{5})}{4}=\frac{3^2-(\sqrt{5})^2}{4}=\frac{9-5}{4}=\frac{4}{4}=1$	0.5
	وبما أنّ $a\times b=1$ فإنّ العددين a و b مقلوبان و بالتالي: $a=\frac{1}{b}$ و $b=\frac{1}{a}$	
2) ب)	$a+b=\frac{3+\sqrt{5}}{2}+\frac{3-\sqrt{5}}{2}=\frac{(3+\sqrt{5})+(3-\sqrt{5})}{2}=\frac{6}{2}=3$	0.25
2) ج)	$(a+b)^2-2ab=a^2+b^2+2ab-2ab=a^2+b^2=(\frac{1}{b})^2+(\frac{1}{a})^2=\frac{1}{b^2}+\frac{1}{a^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$	0.5 + 0.25
	وبالتالي : $(a+b)^2-2ab=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$	+ 0.25
	$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=(a+b)^2-2ab=3^2-2\times1=9-2=7$	
3) أ)	لدينا: $\begin{cases}2^2=4\\ \sqrt{5}^2=5\end{cases}$ إذن $2^2<\sqrt{5}^2$ يعني $2<\sqrt{5}$ (لأن العددين موجبان)	0.5
	وكذلك : $\begin{cases}(\frac{5}{2})^2=\frac{25}{4}\\ \sqrt{5}^2=5=\frac{25}{5}\end{cases}$ إذن $\sqrt{5}^2<(\frac{5}{2})^2$ يعني $\sqrt{5}<\frac{5}{2}$ (لأن العددين موجبان)	
	من النتيجتين السابقتين نحصل على : $2<\sqrt{5}<\frac{5}{2}$	

2019 Tunisie College.net

3) ب)	$2<\sqrt{5}<\frac{5}{2}$ يعني : $2+3<3+\sqrt{5}<\frac{5}{2}+3$ يعني : $5<3+\sqrt{5}<\frac{11}{2}$ يعني : $\frac{5}{2}<\frac{3+\sqrt{5}}{2}<\frac{11}{4}$ وبالتالي : $\frac{5}{2}\le a\le\frac{11}{4}$	0.5
3) ج)	لدينا : $\frac{5}{2}\le a\le\frac{11}{4}$ و $a=\frac{1}{b}$ وهذا يعني: $\frac{5}{2}\le\frac{1}{b}\le\frac{11}{4}$ $\frac{5}{2}\le\frac{1}{b}\le\frac{11}{4}$ يعني : $\frac{1}{\frac{11}{4}}\le b\le\frac{1}{\frac{5}{2}}$ (الأعداد الثلاثة لها نفس العلامة) وبالتالي نجد : $\frac{4}{11}\le b\le\frac{2}{5}$ وهذا يعتبر حصرا للعدد b ومداه : $\frac{5}{2}-\frac{4}{11}=\frac{22}{55}-\frac{20}{55}=\frac{2}{55}=0,0\underline{36}<0,04$	0.5 + 0.25 + 0.25

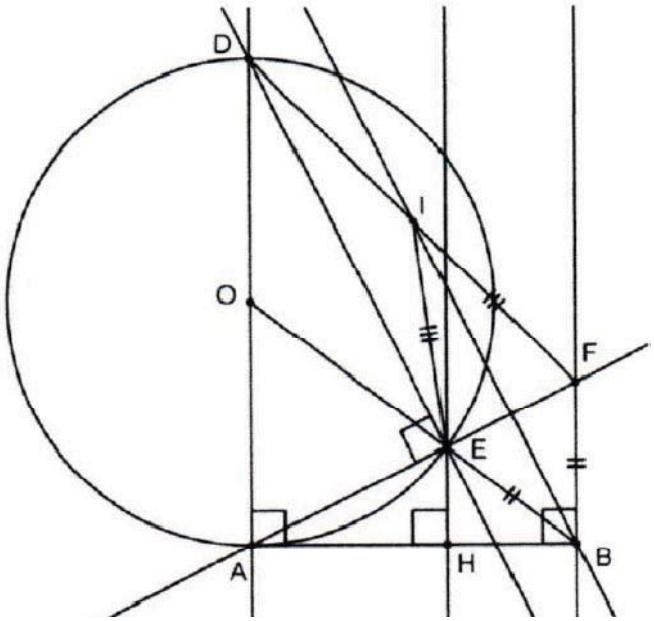
2019 Tunisie College.net

التمرين الثالث (3.5 نقاط)

رقم السؤال	الإصلاح	مقاييس إسناد الأعداد
1) أ)	إذا كان $x=-\frac{1}{2}$ فإنّ : $E=(-\frac{1}{2})^2-2\times(-\frac{1}{2})+8=\frac{1}{4}+1+8=9+\frac{1}{4}=\frac{37}{4}=9,25$ و إذا كان $x=\frac{5}{2}$ فإنّ : $E=(\frac{5}{2})^2-2\times(\frac{5}{2})+8=\frac{25}{4}-5+8=3+\frac{25}{4}=\frac{37}{4}=9,25$	(0.25) x 4
1) ب)	لدينا $(x-1)^2+7=x^2-2x+1+7=x^2-2x+8$ وبالتالي فإنّ : $E=(x-1)^2+7$	0.5
2) أ)	مساحة المربع $APRT$ تساوي $AP^2=a^2$ ؛ و بما أن العدد a ينتمي إلى المجال $]0;4[$ فإنّ مساحة المثلث CDR تساوي $\frac{DC\times DT}{2}=\frac{4(4-a)}{2}=8-2a$ وبالتالي المساحة المطلوبة S (أي مجموع المساحتين) بالصنتمتر المربع وبدلالة a تساوي: $S=a^2+(8-2a)=a^2-2a+8$ **ملاحظة:** في المثلث CDR ؛ $[TD]$ هو الارتفاع الموافق للضلع $[CD]$ لأنّ : $(TR)//(CD)$ وبالتالي النقطتان R و T لهما نفس البعد عن المستقيم (CD) كما أنّ : $DC=4$ و $DT=4-a$	0.25 + 0.5 + 0.25
2) ب)	نعلم أن : $S=a^2-2a+8=(a-1)^2+7$ وبما أنّ $(a-1)^2\geq 0$ فإنّ $S=(a-1)^2+7\geq 7$	0.5
2) ج)	$S=7$ يعني $(a-1)^2+7=7$ يعني $(a-1)^2=0$ يعني $a-1=0$ يعني $a=1$ أي: إذا كان $a=1$ فإنّ $S=7$	0.5

2019 Tunisie College.net

التمرين الرابع (5 نقاط)

رقم السؤال	الإصلاح	مقاييس إسناد الأعداد
1) أ)	الرسم :  	0.5
1) ب)	المثلث ABO قائم الزاوية في A إذن حسب نظرية بيتاغور ينتج: $OB^2 = AB^2 + AO^2 = 4^2 + 3^2 = 25$ وبالتالي : $OB = \sqrt{25} = 5$	0.5
2)	لدينا : $BE = OB - OE = OB - OA = 5 - 3 = 2$ (لأنّ E تنتمي للقطعة $[OB]$) $[OA]$ و $[OE]$ هما شعاعان لنفس الدائرة وبالتالي $OA = OE$	0.25
3) أ)	النقاط A و E و D تنتمي إلى نفس الدائرة ؛ والمثلث ADE يقبل الارتسام في الدائرة ζ التي قطرها $[AD]$ أحد أضلاعه إذن فهو قائم الزاوية في الرأس E ؛ وبالتالي : $(AE) \perp (DE)$	0. 5

2019 Tunisie College.net

3) ب)	لدينا : $\begin{cases}(OA)\perp(AB)\\(FB)\perp(AB)\end{cases}$ إذن : $(FB)//(OA)$
	
	في المثلث OAE لدينا : B نقطة من (EO) و F نقطة من (EA) وبما أنّ لدينا التوازي: $(FB)//(OA)$ فإنه ينتج حسب نظرية طالس :
	$\frac{EF}{EA}=\frac{EB}{EO}=\frac{BF}{OA}$
	
	ومن النتيجة : $\frac{EB}{EO}=\frac{BF}{OA}$ نتحصل على $\frac{EB}{3}=\frac{BF}{3}$ ومنها نستنتج $EB=BF$
	وبالتالي النقطة B تنتمي إلى الموسط العمودي لقطعة المستقيم $[EF]$
		0.75

4)	**ط1 :**
	المثلث DEF قائم الزاوية في E و I منتصف وتره $[DF]$ إذن: $IE=IF$
	ونعلم أن $BE=BF$ *(لأن B تنتمي إلى الموسط العمودي لـ $[BF]$).*
	
	لدينا : $\begin{cases}BE=BF\\IE=IF\end{cases}$ إذن المستقيم هو الموسط العمودي لقطعة المستقيم $[EF]$
	
	وبالتالي: $(IB)\perp(EF)$
	
	وبما أنّ $(DE)\perp(EF)$ فإنّ : $(BI)//(DE)$
	ط2 : في المثلث DEF نجد (BI) يقطع الضلع $[EF]$ في منتصفه و$[DF]$ في منتصفه I ؛
	وبالتالي فإنّ: $(BI)//(DE)$.
		0.5
		+
		0.25
		+
		0.25

5) أ)	في المثلث OAB لدينا : E نقطة من (OB) و H نقطة من (AB) وبما أنّ لدينا التوازي: $(EH)//(OA)$ فإنه ينتج حسب نظرية طالس : $\frac{BE}{BO}=\frac{BH}{BA}=\frac{EH}{OA}$	**0.5**
5) ب)	$\frac{BE}{BO}=\frac{BH}{BA}=\frac{EH}{OA}$ يعني : $\frac{2}{5}=\frac{BH}{4}=\frac{EH}{3}$ وبالتالي ينتج : $BH=4\times\frac{2}{5}=\frac{8}{5}=1,6$ و $EH=3\times\frac{2}{5}=\frac{6}{5}=1,2$	**0.5**

2019 Tunisie College.net

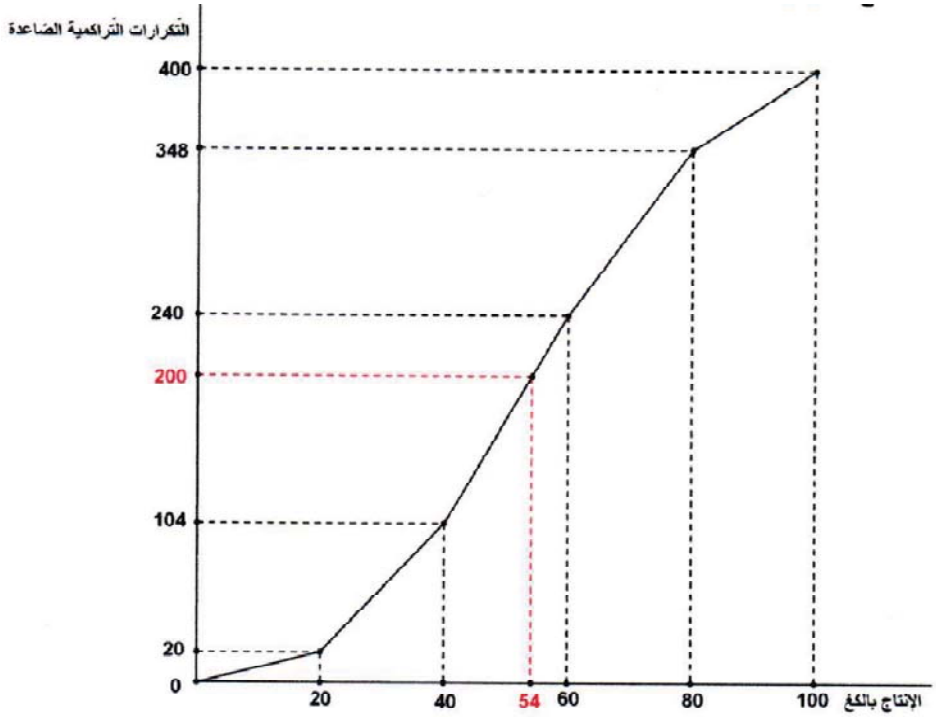
التمرين الخامس (4 نقاط)

رقم السؤال	الإصلاح	مقاييس إسناد الأعداد
1)	الفئة المنوال لسلسلة إحصائية مسترسلة هي الفئة التي لها أكبر تكرار ؛ وبالتالي الفئة المنوال لهذه السلسلة الإحصائية المسترسلة هي:]60; 40]	0.25
2)	المعدّل الحسابي لهذه السلسلة الإحصائية المسترسلة هو : $\overline{X}=\frac{20\times10+84\times30+136\times50+108\times70+52\times90}{20+84+136+108+52}=\frac{21760}{400}=54,5$ إذن معدّل إنتاج شجرة زيتون بهذا الحقل يساوي 54.5 كغ.	0.5 = (0.25) X2
3) أ)	جدول التكرارات التراكمية الصاعدة :	1.25 = (0.25) X5
3) ب)	تمثيل مضلّع التكرارات التراكمية الصاعدة: (أنظر الرسم بالصفحة الموالية)	1
3) ج)	حسب هذا الرسم لمضلّع التكرارات التراكمية الصاعدة فإن قيمة تقريبية لفاصلة النقطة التي ترتيبتها 200 (نصف التكرار الجملي) تعتبر قيمة تقريبية لموسط هذه السلسلة الإحصائية ؛ وبالتالي : العدد 54 (بالكيلوغرام) هو قيمة تقريبية لموسّط هذه السلسلة الإحصائية.	0.5

الإنتاج بالكغ	[0,20[	[20,4 0[	[40,60[	[60,8 0[	[80,100 [
مركز الفئة	10	30	50	70	90
عدد الأشجار	20	84	136	108	52
التكرار التراكمي الصاعد	20	104	240	348	400

2019 Tunisie College.net

مضلع التكرارات التراكمية الصاعدة



4) قام صاحب هذا الحقل بجمع محصول إحدى شجرات الزيتون .

0.5 احتمال أن يكون إنتاج هذه الشجرة أقل من 60 كغ هو 0,6 (أو 60%) لأن:

$$\frac{240}{400} = 0.6 = \frac{60}{100}$$

نهاية الإصلاح

2019 Tunisie College.net