الجمهورية التّونسية وزارة التّربية *** **امتحان شهادة ختم التّعليم الأساسي العام** دورة جوان 2014	الاختبار : **الرياضيات** الحصة : **ساعتان** الضّارب : **2**

1

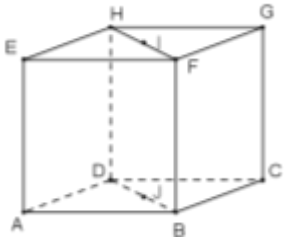
التّمرين الأوّل : (3 نقاط)

يلي كلّ سؤال ثلاث إجابات، إحداها فقط صحيحة.
انقل، في كلّ مرّة، على ورقة تحريرك رقم السّؤال و الإجابة الصّحيحة الموافقة له.

1) عدد الأعداد الصّحيحة الطّبيعية الزّوجية ذات ثلاثة أرقام مختلفة من بين 4 و 5 و 6 و 7 هو :
أ) 6 ب) 12 ج) 24

2) x عدد حقيقي حيث $|x-3|\langle 4$. مدى هذا الحصر هو :
أ) 4 ب) 7 ج) 8

3) في الرّسم المقابل، لدينا : $ABCDEFGH$ مكعّب حيث I منتصف $[EG]$ و J منتصف $[AC]$.
المستقيم (FH) عمودي على المستوي :
أ) (ADH) ب) (EGC) ج) (HIJ)



التّمرين الثّاني : (4 نقاط)

1) نعتبر العددين الحقيقيين $a=4-3\sqrt{12}+\sqrt{48}$ و $b=(1+\sqrt{3})^2$

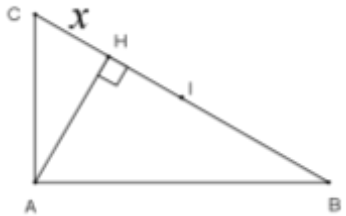
2) بيّنْ أنّ $a=4-2\sqrt{3}$ و $b=4+2\sqrt{3}$

3) أ) قارن بين $2\sqrt{3}$ و 4 ثمّ استنتج علامة العدد a
ب) بيّن أنّ $a\times b=4$
ج) استنتج أنّ $\sqrt{\frac{a}{b}}=2-\sqrt{3}$

4) ليكن العدد الحقيقي $c=\sqrt{a}-\sqrt{b}$
أ) بيّن أنّ العدد c سالب.
ب) احسب c^2 ثمّ استنتج c.

التّمرين الثّالث : (3.5 نقاط)

(وحدة قيس الطّول هي الصنتيمتر)



- ABC مثلّث قائم في A و I منتصف $[BC]$
- H المسقط العمودي لـ A على (BC)
- $BC=6$ و $AH=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ و $CH=x$ حيث x عدد حقيقي موجب.

1) بيّنْ أنّ $AH^2=x(6-x)$ ثمّ استنتج أنّ العدد الحقيقي x يحقّق المساواة : $x^2-6x+\frac{27}{4}=0$

2) بيّنْ أنّ $x^2-6x+\frac{27}{4}=(x-\frac{3}{2})(x-\frac{9}{2})$

3) استنتج CH ثمّ احسب AB.

2016
Tunisie College.net

التّمرين الرّابع : (5.5 نقاط) (وحدة قيس الطّول هي الصنتيمتر)

1) أ) ارسم معيّنا متعامدا في المستوي (O,I,J) حيث $OI=OJ=1$ و عيّن النّقاط $A(4,0)$ و $B(0,2)$.

ب) بيّنْ أنّ $AB=2\sqrt{5}$

2) أ) عيّن النّقطة $M(-2,0)$ ثمّ ابن النّقطة C مناظرة B بالنّسبة إلى M.

ب) بيّنْ أنّ إحداثيات النّقطة C في المعيّن (O,I,J) هي $(-4,-2)$.

3) أ) تحقّق أنّ $\frac{AO}{AM}=\frac{2}{3}$

ب) لتكن G مركز ثقل المثلّث ABC.

بيّن أنّ $\frac{AG}{AM}=\frac{2}{3}$ ثمّ استنتج أنّ النّقطتين O و G متطابقتان.

4) المستقيم (CO) يقطع الضّلع $[AB]$ في النّقطة N.

أ) بيّنْ أنّ N منتصف $[AB]$ ثمّ استنتج أنّ $ON=\frac{AB}{2}$.

ب) استنتج البعد CN.

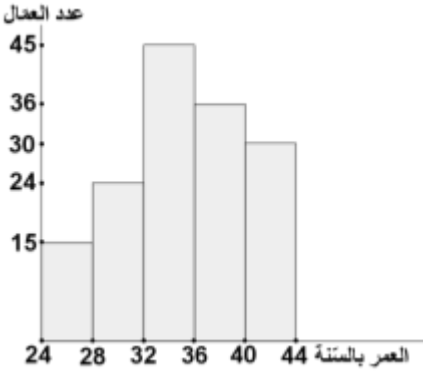
5) المستقيم المار من O و الموازي لـ (AB) يقطع الضّلع $[BC]$ في E و يقطع الضّلع $[AC]$ في F.

أ) بيّنْ أنّ $\frac{CO}{CN}=\frac{OE}{NB}$ و $\frac{CO}{CN}=\frac{OF}{NA}$

ب) استنتج أنّ O منتصف $[EF]$.

التّمرين الخامس : (4 نقاط)

نقدّم من خلال المخطّط التّالي توزيعا لـ 150 عاملا بإحدى المؤسسات الصناعية حسب أعمارهم.



1) أنقل الجدول التّالي ثمّ أكمله بما يناسب :

العمر بالسنة	[24;28[	[28;32[	[32;36[	[36;40[	[40;44[
مركز الفئة	26				
التّكرار (عدد العمّال)				36	
التواتر التراكمي الصاعد بالنسبة المائوية			56 %		

2) احسب معدّل الأعمار بهذه المؤسسة الصناعية.

3) أ) ارسم مضلّع التّواترات التّراكمية الصّاعدة بالنسبة المائوية.

ب) استنتج قيمة تقريبية لموسّط هذه السلسلة.

4) تصْرف إدارة هذه المؤسّسة منحة خصوصية للعمّال الذين تجاوز سنّهم 36 سنة.

إذا اخترنا بصفة عشوائيّةٍ عاملا من هذه المؤسّسة، فما هو احتمال أن تشمله هذه المنحة؟

KASSAOUI BELGACEM (2014)

2016 Tunisie College.net

إصلاح اختبار الرياضيات دورة 2014

التّمرين الأوّل :

(1 ، ب) ؛ (2 ، ج) ؛ (3 ، ب)

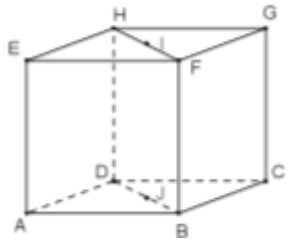
1) عدد الأعداد الصّحيحة الطّبيعية الزّوجية ذات ثلاثة أرقام مختلفة من بين 4 و 5 و 6 و 7 هو 12.

الأعداد	المئات	العشرات	الآحاد
546	5	4	6
746	7		
456	4	5	
756	7		
476	4	7	
576	5		

الأعداد	المئات	العشرات	الآحاد
654	6	5	4
754	7		
564	5	6	
764	7		
574	5	7	
674	6		

2) $|x-3|\langle 4$ يعني $-4\langle x-3\langle 4$ يعني $-4+3\langle x\langle 4+3$ يعني $-1\langle x\langle 7$. مدى هذا الحصر هو $7-(-1)=7+1=8$.

3) المستقيم (FH) عمودي على المستوي (EGC).



- ✓ لو كان المستقيم (FH) عموديا على المستوي (ADH) لكان عموديا على كلّ مستقيماته المارّة من H و بالتّالي لكان $(FH)\perp(EH)$ في حين (FH) و (EH) ليسا متعامدين.
- ✓ $(FH)\subset(HIJ)$ لأنّ $(FH)=(FI)$ و بالتّالي (FH) ليس عموديا على المستوي (HIJ).

التّمرين الثّاني :

$a=4-3\sqrt{12}+\sqrt{48}$ و $b=(1+\sqrt{3})^2$.

1) $a=4-3\sqrt{12}+\sqrt{48}=4-3\sqrt{4\times3}+\sqrt{16\times3}=4-3\sqrt{4}\times\sqrt{3}+\sqrt{16}\times\sqrt{3}=4-3\times2\sqrt{3}+4\sqrt{3}$
$=4-6\sqrt{3}+4\sqrt{3}=4-2\sqrt{3}$.

$b=(1+\sqrt{3})^2=1^2+2\times1\times\sqrt{3}+\sqrt{3}^2=1+2\sqrt{3}+3=4+2\sqrt{3}$.

2) $\begin{cases}4^2=16\\(2\sqrt{3})^2=4\times3=12\end{cases}$ إذن $4^2\rangle(2\sqrt{3})^2$ يعني $4\rangle2\sqrt{3}$ يعني $4-2\sqrt{3}\rangle0$ و بالتّالي $a\rangle0$.

3) أ- $a\times b=(4-2\sqrt{3})\times(4+2\sqrt{3})=4^2-(2\sqrt{3})^2=16-12=4$

ب- $a\times b=4$ يعني $\frac{1}{b}=\frac{a}{4}$ إذن $\frac{a}{b}=a\times\frac{1}{b}=a\times\frac{a}{4}=\frac{a^2}{4}=\frac{(4-2\sqrt{3})^2}{4}=\frac{4^2-2\times4\times2\sqrt{3}+(2\sqrt{3})^2}{4}$

$=\frac{16-16\sqrt{3}+12}{4}=\frac{28-16\sqrt{3}}{4}=\frac{4\times(7-4\sqrt{3})}{4}=7-4\sqrt{3}=4-2\times2\times\sqrt{3}+3=2^2-2\times2\times\sqrt{3}+\sqrt{3}^2$
$=(2-\sqrt{3})^2$

إذن : $\sqrt{\frac{a}{b}}=\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}=|2-\sqrt{3}|=2-\sqrt{3}$ لأنّ $2\rangle\sqrt{3}$.

4) $c=\sqrt{a}-\sqrt{b}$.

أ- $\begin{cases}a=4-2\sqrt{3}\\b=4+2\sqrt{3}\end{cases}$ إذن $a\langle b$ يعني $\sqrt{a}\langle\sqrt{b}$ يعني $\sqrt{a}-\sqrt{b}\langle0$ يعني $c\langle0$.

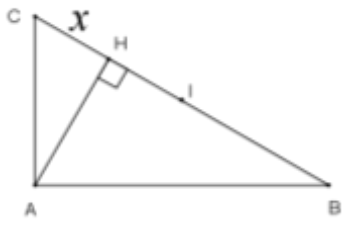
ب- $c^2=(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2=\sqrt{a}^2-2\times\sqrt{a}\times\sqrt{b}+\sqrt{b}^2=a-2\sqrt{ab}+b=a+b-2\sqrt{ab}$

KASSAOUI BELGACEM (2014)
Tunisie College.net 2016

$= 4 - 2\sqrt{3} + 4 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{4} = 8 - 2 \times 2 = 8 - 4 = 4$.

إذن $c = -\sqrt{4} = -2$.

التّمرين الثّالث :



1) المثلّث ABC قائم الزّاوية في A و H مسقطها العمودي على (BC)

إذن $AH^2 = HC \times HB = x \times (6-x)$ يعني

$x \times (6-x) = (\frac{3\sqrt{3}}{2})^2 = \frac{9 \times 3}{4} = \frac{27}{4}$ يعني $x \times 6 - x \times x = \frac{27}{4}$ يعني

$0 = (6x - x^2) - \frac{27}{4}$ يعني $0 = 6x - x^2 + \frac{27}{4}$ يعني $x^2 - 6x + \frac{27}{4} = 0$.

2) $(x - \frac{3}{2}) \times (x - \frac{9}{2}) = x \times x - x \times \frac{9}{2} - \frac{3}{2} \times x + \frac{3}{2} \times \frac{9}{2} = x^2 - \frac{9}{2}x - \frac{3}{2}x + \frac{27}{4} = x^2 - \frac{12}{2}x + \frac{27}{4}$

$= x^2 - 6x + \frac{27}{4}$

3) بما أنّ العدد الحقيقي x يحقّق $x^2 - 6x + \frac{27}{4} = 0$ فهذا يعني $(x - \frac{3}{2}) \times (x - \frac{9}{2}) = 0$ يعني $x - \frac{3}{2} = 0$ أو

$x - \frac{9}{2} = 0$ يعني $x = \frac{3}{2}$ أو $x = \frac{9}{2}$.

بما أنّ $CH \langle CI$ فإنّ $x \langle 3$ إذن $x = \frac{3}{2}$ و بالتّالي $CH = \frac{3}{2}$.

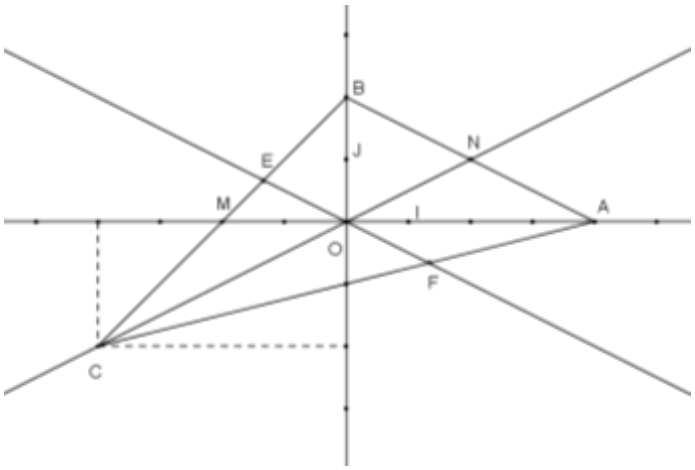
$HB = CB - CH = 6 - \frac{3}{2} = \frac{12}{2} - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$.

المثلّث ABH قائم الزّاوية في النّقطة H إذن حسب نظرية بيتاغور :

$AB^2 = HA^2 + HB^2 = (\frac{3\sqrt{3}}{2})^2 + (\frac{9}{2})^2 = \frac{27}{4} + \frac{81}{4} = \frac{108}{4} = 27$ و بالتّالي

$AB = \sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{9} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$.

التّمرين الرّابع :



1) أ-

ب - المثلّث ABO قائم الزّاوية في O إذن حسب نظرية بيتاغور :

$AB^2 = OA^2 + OB^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$

إذن $AB = \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

2) أ- نرمز بـ (x_C, y_C) لإحداثيات النّقطة C في المعيّن (O, I, J). C هي مناظرة B بالنّسبة إلى M يعني M هي منتصف $[BC]$ يعني

$x_M = \frac{x_B + x_C}{2}$ و $y_M = \frac{y_B + y_C}{2}$.

$x_M = \frac{x_B + x_C}{2}$ يعني $x_B + x_C = 2x_M$ يعني $x_C = 2x_M - x_B = 2 \times (-2) - 0 = -4$.

$y_M = \frac{y_B + y_C}{2}$ يعني $y_B + y_C = 2y_M$ يعني $y_C = 2y_M - y_B = 2 \times 0 - 2 = -2$.

و بالتّالي $C(-4,-2)$.

3) أ- $\frac{AO}{AM} = \frac{|x_O - x_A|}{|x_M - x_A|} = \frac{|4-0|}{|-2-4|} = \frac{|4|}{|-6|} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

KASSAOUI BELGACEM (2014)
2016
Tunisie College.net

ب- في المثلّث ABC ، M هي منتصف $[BC]$ إذن $[AM]$ هو موسّطه الصّادر من A و بالتّالي مركز ثقله G يوجد عند ثلثي الموسّط $[AM]$ انطلاقا من الرّأس A إذن $AG=\frac{2}{3}AM$ يعني $\frac{AG}{AM}=\frac{2}{3}$.

إذن $\begin{cases}\frac{AO}{AM}=\frac{2}{3}\\ \frac{AG}{AM}=\frac{2}{3}\end{cases}$ يعني $\frac{AO}{AM}=\frac{AG}{AM}$. $AO=AG$

$O\in[AM]$ و $G\in[AM]$ و $AO=AG$ إذن النّقطتان O و G متطابقتان و منه O هي مركز ثقل المثلّث ABC.

4) أ- O هي مركز ثقل المثلّث ABC إذن المستقيم (CO) هو الحامل للموسّط الصّادر من C فهو يقطع الضّلع $[AB]$ في منتصفه و منه N هي منتصف $[AB]$.

المثلّث ABO قائم الزّاوية في O و $[ON]$ هو الموسّط الموافق لوتره $[AB]$ إذن $ON=\frac{AB}{2}$.

ب-

$$ON=\frac{AB}{2}=\frac{2\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5}$$

O هي مركز ثقل المثلّث ABC إذن فهي توجد عند ثلث الموسّط $[CN]$ انطلاقا من المنتصف N و بالتّالي $NO=\frac{1}{3}NC$ يعني $NC=3NO=3\sqrt{5}$.

5) أ- في المثلّث BCN ، $E\in(CB)$ و $O\in(CN)$ و $(OE)//(BN)$ إذن حسب مبرهنة طالس :

$\frac{CO}{CN}=\frac{CE}{CB}=\frac{OE}{BN}$ و بالتّالي : $\frac{CO}{CN}=\frac{OE}{BN}$.

في المثلّث ACN ، $F\in(CA)$ و $O\in(CN)$ و $(OF)//(AN)$ إذن حسب مبرهنة طالس :

$\frac{CO}{CN}=\frac{CF}{CA}=\frac{OF}{AN}$ و بالتّالي : $\frac{CO}{CN}=\frac{OF}{AN}$.

ب- إذن : $\begin{cases}\frac{OE}{BN}=\frac{CO}{CN}\\ \frac{OF}{AN}=\frac{CO}{CN}\end{cases}$ و بما أنّ $\frac{OE}{BN}=\frac{OF}{AN}$ {لأنّ $BN=AN$ و N هي منتصف $[AB]$} فإنّ : $OE=OF$

و بما أنّ E و O و F على استقامة واحدة فإنّ O هي منتصف $[EF]$.

KASSAOUI BELGACEM (2014)
2016
Tunisie College.net

التّمرين الخامس :

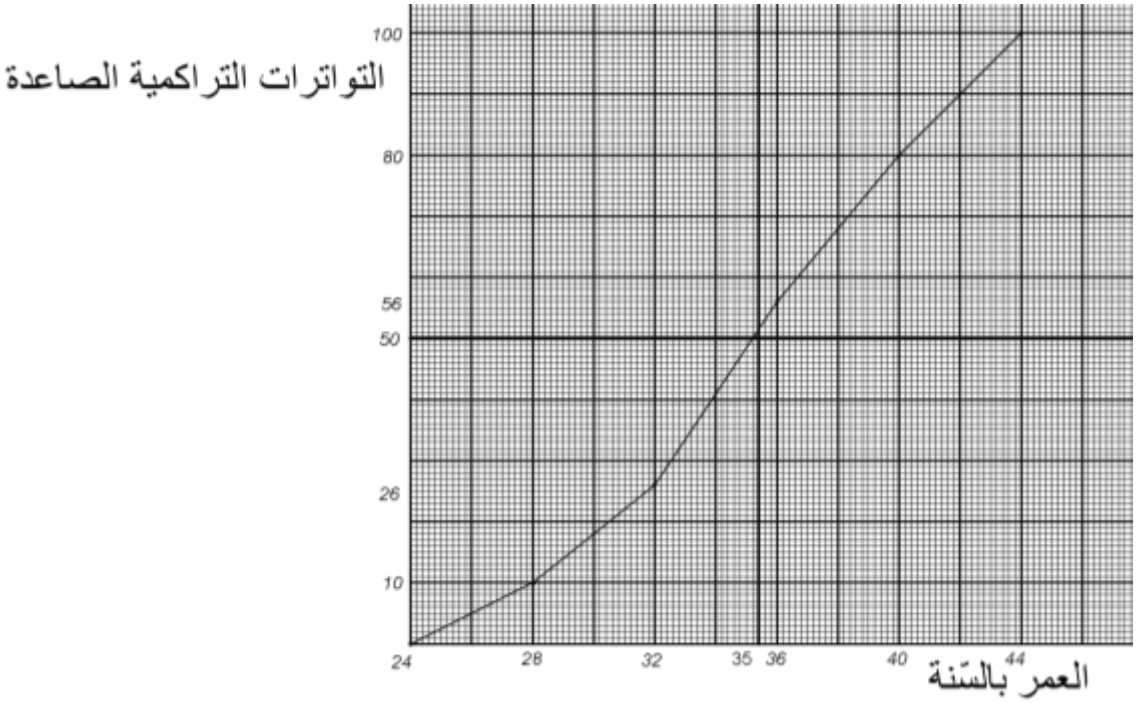
1)

العمر بالسّنة	[24,28[	[28,32[	[32,36[	[36,40[	[40,44[
مركز الفئة	26	30	34	38	42
التّكرار (عدد العمّال)	15	24	45	36	30
التّواتر التّراكمي الصّاعد بالنّسبة المائوية	10%	26%	56%	80%	100%

2) معدّل أعمار العمّال بهذه المؤسّسة الصّناعية :

$(26\times15+30\times24+34\times45+38\times36+42\times30):150=35.12$

3) أ- مضلّع التّواترات التّراكمية الصّاعدة بالنّسبة المائوية :



ب- موسّط هذه السّلسلة الإحصائية هو تقريبا 35.

4) إذا اخترنا بصفة عشوائية عاملا من هذه المؤسسة فاحتمال أن تشمله هذه المنحة هو 44%

$(\frac{66}{150}=0.44=\frac{44}{100})$

KASSAOUI BELGACEM (2014)
2016
Tunisie College.net