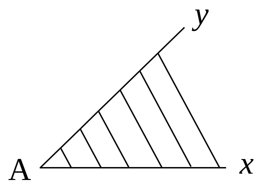
الدّرس **2**: الزّوايا

1 –

1 تعريف زاوية

تتكوّن زاوية من نصفي مستقيمين و ما بينهما.



اسم هذه الزّاوية هو: $[Ax, Ay]$ و قيس فتحتها هو: $x\hat{A}y$.

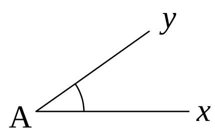
نشاط:

1) ارسم $[Ax, Ay]$ قيسها $50°$.

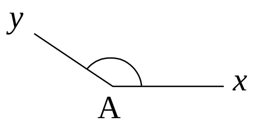
2) ارسم $[Bu, Bt]$ قيسها $120°$.

أنواع الزّوايا:

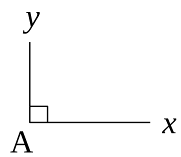
حادّة: أكبر من $0°$ و أصغر من $90°$



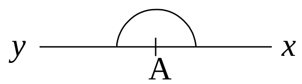
منفرجة: أكبر من $90°$ و أصغر من $180°$



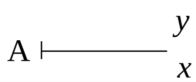
قائمة: $90°$



منبسطة: $180°$

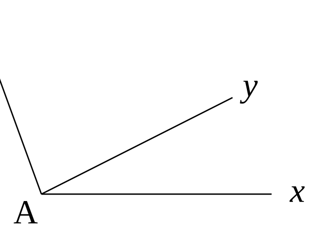


منعدمة: $0°$



2 أنواع الزّوايا

تعريف زاويتين متجاورتين: زاويتان متجاورتان هما زاويتان مشتركان في ضلع.



$[Ax, Ay]$ و $[Ay, Az]$ هما زاويتان متجاورتان ضلعهما المشترك هو $(Ax]$.

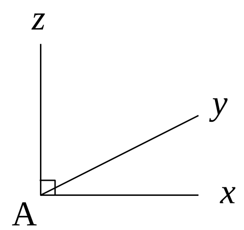
تنشيط:

$[Ax, Ay]$ قيس فتحتها $30°$.

1) ارسم $[Ay, Az]$ مجاورة لـ$[Ax, Ay]$ قيس فتحتها $60°$.

2) ماذا نلاحظ؟

تعريف زاويتين متتامّتين: زاويتان مجموع قيسهما $90°$ هما زاويتان متتامّتان.



$[Ax, Ay]$ و $[Ay, Ax]$ هما زاويتان متتامّتان.

تمرين منزلي:

$[Ax, Ay]$ قيس فتحتها $20°$.

1) ارسم$(Az]$ بحيث $[Ax, Az]$ زاوية مجاورة و متمّمة لـ$[Ax, Ay]$.

2) احسب قيس$[Ax, Az]$.

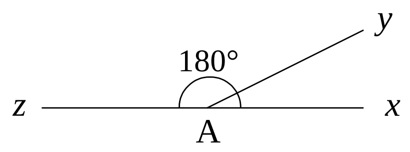
2 –

تنشيط:

$[Ax, Ay]$ قيسها $150°$.

ارسم$(Az]$ بحيث $[Ay, Az]$ زاوية مجاورة لـ$[Ax, Ay]$ بحيث $x\hat{A}z = 30°$.

تعريف زاويتين متكاملتين: زاويتان مجموع قيسهما $180°$ هما زاويتان متكاملتان.



$[Ax, Ay]$ و $[Ay, Ax]$ هما زاويتان متكاملتان.

تطبيق:

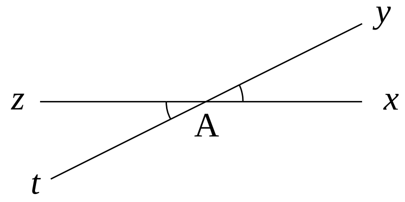
$[Ax, Ay]$ قيسها $50°$.

1) ارسم$(Az]$ بحيث$[Ax, Az]$ زاوية مجاورة و مكمّلة لـ$[Ax, Ay]$.

2) احسب قيس $[Ay, Az]$.

تعريف زاويتين متقابلتين بالرّأس: مستقيمان متقاطعان يكوّنان زاويتان متقابلتين بالرّأس

ملاحظة: كلّ زاويتين متقابلتين بالرّأس هما متقايستان.



$[Ax, Ay]$ و $[Ay, Ax]$ هما زاويتان متقابلتان بالرّأس.

تطبيق:

(xy) و (zt) يتقاطعان في A بحيث $x\hat{A}z = 110°$.

احسب قيس $[Ay, At]$.

تمرين منزلي:

$[Ax, Ay]$ ، $[Ay, Az]$ و $[Az, At]$ ثلاث زوايا متجاورة و متكاملة بحيث $x\hat{A}y = 70°$ و $z\hat{A}t = 20°$.

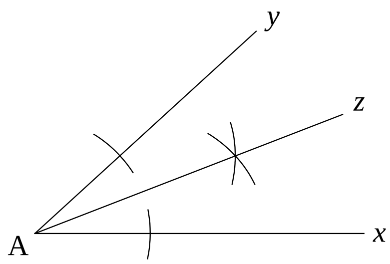
1) أنجز هذا الرّسم.

2) احسب قيس $[Ay, Az]$.

---

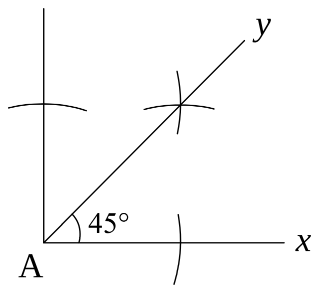
3 منصّف زاوية

تعريف منصّف زاوية: منصّف زاوية هو نصف المستقيم الذّي يقسم الزّاوية إلى زاويتين متقايستين.

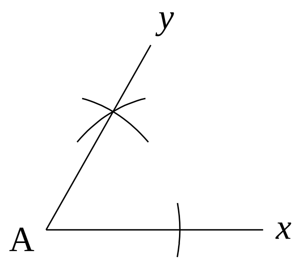


$[Az)$ هو منصّف $[Ax, Ay]$.

- **طريقة بناء زاوية قيسها** $45°$:



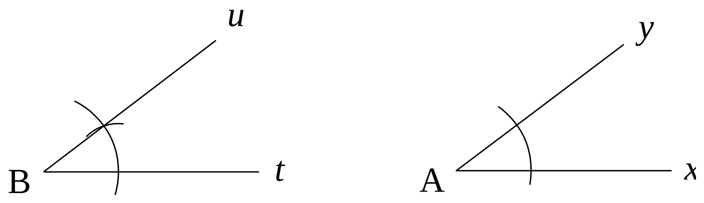
- **طريقة بناء زاوية قيسها $60°$** :



تطبيق:

ابن $[Ax, Ay]$ قيسها $30°$.

- **بناء زاوية مقايسة لزاوية أخرى:**



رسمنا قوسين مركزهما A و B ثمّ قسنا بالبركار $\hat{A}$ و أنجزنا بها $\hat{B}$.

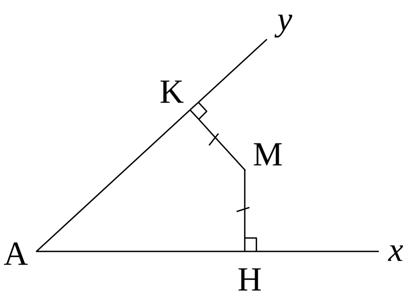
تطبيق:

ابن الزّوايتين: $x\hat{A}y = 15°$ و $u\hat{B}t = 75°$.

<u>تمرين منزلي:</u>

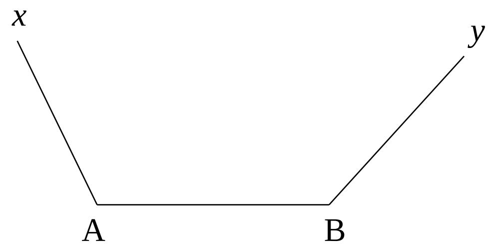
1) ابن $[Ax, Ay]$ قيسها $120°$ و $[At)$ منصّفها.
2) $[Ay, Az]$ زاوية مكمّلة لـ$[Ax, Ay]$.
3) بيّن أنّ $[Ay)$ هو منصّف$[At, Az]$.

خاصيّة نقاط منصّف زاوية: كلّ نقطة من منصّف زاوية هي متقايسة البعد عن ضلعيها.



$MH = MK$ لأنّ M نقطة من منصّف$[Ax, Ay]$.

تطبيق:



1) ابن $(At]$ منصّف $[Ax,AB]$ و $(Bu]$ منصّف $[BA,By]$.

2) لتكن M نقطة تقاطع $(At]$ و $(Bu]$،

أ- ارسم النّقاط H، K و J المساقط العموديّة للنّقطة M على المستقيمات (Ax)، (AB) و (By).

ب- بيّن أنّ $MH = MJ$.

<u>تمرين منزلي:</u>

$[Ax,Ay]$ قيسها $90°$،

B نقطة من $(Ax]$ بحيث $AB = 4\,cm$،

و C نقطة من $(Ay]$ بحيث $AC = 3\,cm$.

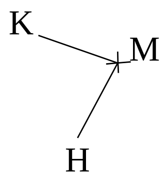
1) ابن $(Bt]$ بحيث $[BC)$ منصّف $A\hat{B}t$.

2) ارسم E المسقط العمودي لـ C على (Bt).

3) بيّن أنّ $CE = 3\,cm$.

- 4

تنشيط:

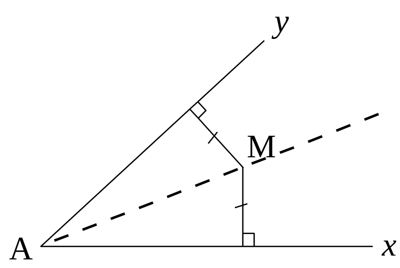


1) ارسم المستقيم العمودي على (MH) و المار من H.

2) ارسم المستقيم العمودي على (MK) و المارّ من K.

3) ابن منصّف الزّاوية المتحصّل عليها.

الخاصيّة المعاكسة: كلّ نقطة متقايسة البعد عن ضلعي زاوية هي نقطة من منصّف تلك الزّاوية.



M هي نقطة من منصّف هذه الزّاوية لأنّها متقايسة البعد عن ضلعيها.

قاعدة: منصّف زاوية هو مجموعة النّقاط المتقايسة البعد عن ضلعيها.

تطبيق:

C دائرة مركزها O، A و B نقطتان منها،

Δ المماسّ لـ C في A و Δ' المماسّ لـ C في B،

Δ و Δ' يتقاطعان في النّقطة M، بيّن أنّ O نقطة من منصّف $[MB, MA]$.

تمرين منزلي:

$[Ax, Ay]$ زاوية حادّة،

B من $[Ax)$ و C من $[Ay)$ بحيث $AB = AC$.

1) ابن Δ المستقيم العمودي على (Ax) و المار من B.

2) ابن Δ' المستقيم العمودي على (Ay) و المار من C.

3) Δ و Δ' يتقاطعان في M، بيّن أنّ $[MA)$ هو منصّف $[MC, MB]$.

4 زوايا مثلّث، زويا رباعي

نشاط:

ارسم مثلّثا، لوّن زواياه ثمّ كوّن بها زاوية واحدة. ماذا نستنتج؟

قاعدة المثلّث: مجموع زوايا مثلّث يساوي $180°$.

مثال: إذا كان بمثلّث زاويتان قيسهما $70°$ و $30°$

فإنّ قيس زاويته الثّالثة يساوي $80° = 180° - 100° = 180° - (70° + 30°)$.

تطبيق:

$x\hat{A}y$ زاوية قيسها $50°$.

B نقطة من $[Ax)$ بحيث $AB = 4\,cm$،

و C من $[Ay)$ بحيث $x\hat{B}C = 110°$.

احسب الزّاويتين $C\hat{B}A$ و $A\hat{C}B$.

تمرين منزلي:

$x\hat{A}y$ زاوية قيسها $60°$،

B نقطة من $[Ax)$ بحيث $AB = 3\,cm$.

1) ابن Δ المستقيم العمودي على (Ax) و المار من B.

2) Δ يقطع $[Ay)$ في C، احسب $A\hat{C}B$.

نشاط:

ABC مثلّث عامّ،

و D نقطة خارج حدود المثلّث.

ابحث عن مجموع أقيسة زوايا الرّباعي المكوّن من تلك النّقاط. علّل إجابتك.

قاعدة رباعي الأضلاع: مجموع أقيسة زوايا رباعي يساوي $360°$.

مثال: إذا كان برباعي ثلاث زوايا قيسها $110°$ ، $65°$ و $80°$

فإنّ قيس زاويته الرّابعة يساوي $360° - (110° + 65° + 80°) = 360° - 255° = 105°$.

تطبيق:

$x\hat{A}y$ قيسها $130°$،

B من $[Ax)$ بحيث $AB = 2\ cm$ ،

و C من $[Ay)$ بحيث $AC = 3\ cm$.

1) ابن Δ المستقيم العمودي على (Ax) و المار من B.
2) ارسم D المسقط العمودي لـ C على Δ.
3) احسب $A\hat{C}D$.

<u>تمرين منزلي:</u>

$x\hat{A}y$ زاوية قائمة و B نقطة من $[Ax)$،

$\mathcal{C}$ الدّائرة التّي مركزها B و شعاعها AB ،

C نقطة من $\mathcal{C}$ بحيث $A\hat{B}C = 110°$.

1) ابن Δ المماس لـ $\mathcal{C}$ في النّقطة C.
2) احسب $A\hat{M}C$.