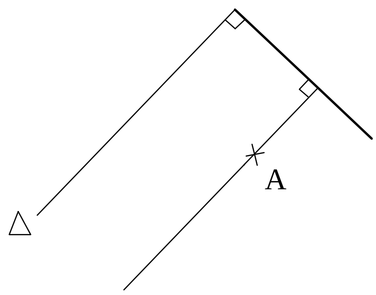
1 —

1 المثلّثات المتقايسة الزّوايا

رسم مستقيم موازي لمستقيم آخر و مارّ من نقطة:



تطبيق:

ABC مثلّث عامّ، و E منتصف $[AB]$.

1) ارسم المستقيم الموازي لــ (BC) و المارّ من E يقطع $[AC]$ في F .

2) ارسم المستقيم الموازي لــ (AC) و المارّ من E يقطع $[BC]$ في G .

3) بيّن تقايس زوايا المثلّثين AEF و FGC .

<u>تمرين منزلي:</u>

$ABCD$ متوازي أضلاع، و E من $[AD]$،

Δ مستقيم مارّ من E يقطع $[AC]$ في F ، و $[BC]$ في G .

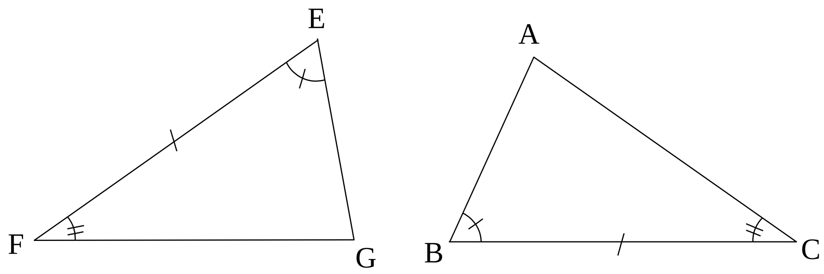
بيّن تقايس زوايا المثلّثين AEF و FGC .

2 —

2 حالات تقايس المثلّثات العامّة

تعريف: مثلّثان متقايسان هما مثلّثان أضلاعهما متقايسة مثنى مثنى و زواياهما متقايسة مثنى مثنى.

الحالة الأولى: يتقايس مثلّثان إذا تقايست زاويتان و الضّلع المحصور بينهما في أحدهما مع زاويتين و الضّلع المحصور بينهما في المثلّث الآخر.



ABC و EFG هما مثلّثان متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلّثات العامّة.

تطبيق:

ABC مثلّث قائم في A و I منتصف $[AC]$،

المستقيم الموازي لــ (AB) و المارّ من I يقطع $[BC]$ في E ،

المستقيم الموازي لــ (BC) و المارّ من I يقطع $[AB]$ في F .

1) أ- بيّن أنّ $A\hat{I}F = I\hat{C}E$.

ب- بيّن أنّ $C\hat{I}E = 90°$.

2) أ- بيّن أنّ المثلّث CIE مقايس للمثلّث IAF .

ب- قدّم بقيّة العناصر المتقايسة.

تمرين منزلي:

ABC مثلّث عامّ و I منتصف $[AC]$،

الموازي لــ (BC) و المارّ من A يقطع (BI) في D .

1) بيّن أنّ $I\hat{A}D = I\hat{C}B$.

2) بيّن أنّ $A\hat{I}D = B\hat{I}C$.

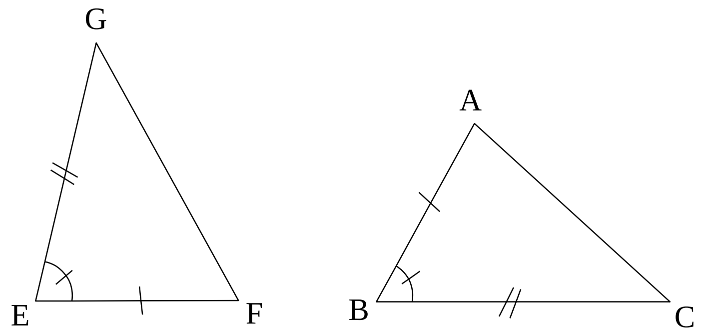
3) بيّن تقايس المثلّثين IBC و IAD .

4) قدّم بقيّة العناصر المتقايسة.

---

3 —

الحالة الثّانية: يتقايس مثلّثان إذا تقايس ضلعان و الزّاوية المحصورة بينهما في أحدهما مع ضلعين و الزّاوية المحصورة بينهما في المثلّث الآخر.



ABC و EFG هما مثلّثان متقايسان حسب الحالة الثّانية لتقايس المثلّثات العامّة.

تطبيق:

$ABCD$ متوازي أضلاع،

و E بحيث B منتصف $[AE]$.

1) بيّن أنّ $D\hat{A}B = C\hat{B}E$.

2) بيّن أنّ المثلّث ABD مقايس للمثلّث BEC .

3) استنتج بقيّة العناصر المتقايسة.

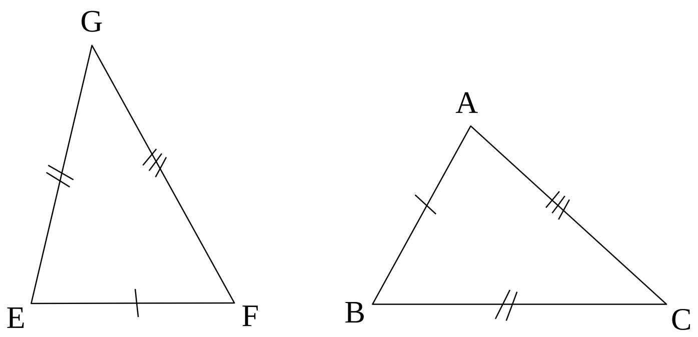
تمرين منزلي:

$ABCD$ متوازي أضلاع،

I من $[AD]$ و J من $[BC]$ بحيث $AI = JC$.

1) قارن بين المثلّثين AIB و JCD .
2) استنتج بقيّة العناصر المتقايسة.
3) استنتج أنّ $IBJD$ متوازي أضلاع.

الحالة الثّالثة: يتقايس مثلّثان إذا تقايست أضلاعهما مثنى مثنى.



ABC و EFG هما مثلّثان متقايسان حسب الحالة الثّالثة لتقايس المثلّثات العامّة.

ملاحظة: لا يتقايس مثلّثان زواياهما متقايسة مثنى مثنى.

مراجعة: كلّ نقطة من الموسّط العمودي لقطعة مستقيم هي متقايسة البعد عن طرفيها.

تطبيق:

$[AB]$ و Δ موسّطها العمودي،

C و D نقطتان من Δ .

1) بيّن أنّ المثلّث ACD مقايس للمثلّث BCD .
2) استنتج بقيّة العناصر المتقايسة.

تمرين منزلي:

$[AB]$ قيس طولها 4 صم،

C الدّائرة التّي مركزها A و شعاعها 2 صم،

C' الدّائرة التّي مركزها B و شعاعها 3 صم،

C و C' يتقاطعان في M و N .

1) قارن بين المثلّثين AMB و ANB . استنتج.

2) ماذا يمثّل $[AB]$ بالنّسبة إلى $M\hat{A}N$ ؟ علّل إجابتك.

5

تأليفي:

$ABCD$ متوازي أضلاع،

M و N نقطتان من $[AC]$ بحيث $AM = CN$.

1) قارن بين المثلّثين ABM و NCD . استنتج.

2) أ- بيّن أنّ $B\hat{M}N = M\hat{N}D$.

ب- حدّد مع التّعليل الوضعيّة النّسبيّة للمستقيمين (BM) و (ND).

تمرين منزلي:

$ABCD$ متوازي أضلاع،

O منتصف $[AC]$ و E نقطة من $[AD]$.

1) (EO) يقطع (BC) في F ،

بيّن تقايس المثلّثين AEO و OFC . استنتج.

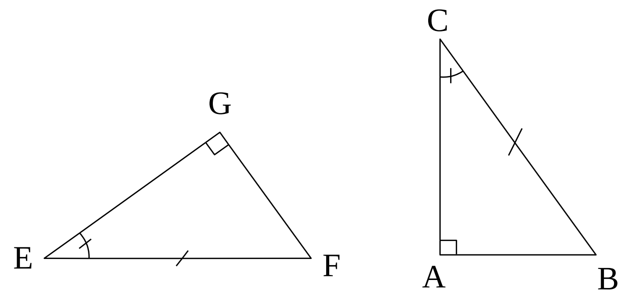
2) بيّن أنّ O منتصف $[EF]$.

6

---

3 حالات تقايس المثلثات القائمة

الحالة الأولى لتقايس المثلّثات القائمة: يتقايس مثلّثان قائمان إذا قايس الوتر و زاوية حادّة في أحدهما مع الوتر و زاوية حادّة في المثلّث الآخر.



ABC و EFG هما مثلّثان متقايسان حسب الحالة الأولى لتقايس المثلّثات القائمة.

تطبيق:

$ABCD$ متوازي أضلاع،

E المسقط العمودي لــ A على (BC)،

و F المسقط العمودي لــ C على (AD).

1) بيّن أنّ $A\hat{B}E = F\hat{D}C$.

2) بيّن أنّ المثلّث ABE مقايس للمثلّث CFD.

3) استنتج بقيّة العناصر المتقايسة.

تمرين منزلي:

$ABCD$ متوازي أضلاع،

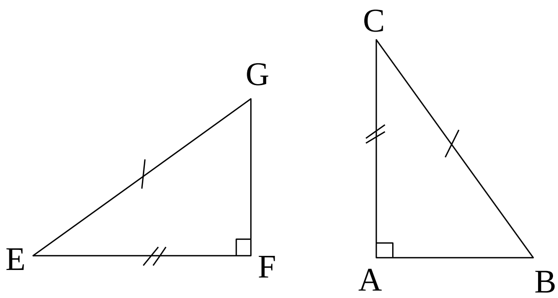
$[AM]$ إرتفاع المثلّث ABD الصّادر من A،

و $[CN]$ إرتفاع المثلّث CBD الصّادر من C.

1) بيّن أنّ $A\hat{B}M = N\hat{D}C$.

2) قارن بين المثلّثين ABM و CND. استنتج.

الحالة الثّانية لتقايس المثلّثات القائمة: يتقايس مثلّثان قائمان إذا قايس الوتر و ضلع قائم في أحدهما مع الوتر و ضلع قائم في المثلّث الآخر.



ABC و EFG هما مثلّثان متقايسان حسب الحالة الثّانية لتقايس المثلّثات القائمة.

تطبيق:

C دائرة مركزها O،

A و B نقطتان منها بحيث $A\hat{O}B$ زاوية منفرجة،

Δ المماسّ لــ C في A و Δ' المماسّ لــ C في B يتقاطعان في M.

1) بيّن تقايس المثلّثين MAO و MBO.

2) استنتج بقيّة العناصر المتقايسة.

تمرين منزلي:

ABC مثلّث متقايس الضّلعين في A.

المستقيم العمودي على (AB) و المارّ من B يقطع المستقيم العمودي على (AC) و المارّ من C في النّقطة E.

1) قارن بين المثلّثين ABE و ACE. استنتج.

2) حدّد مع التّعليل منصّفات الزّوايا في هذا الرّسم.

تعريف: المثلّث المتقايس الضّلعين هو مثلّث له ضلعان متقايسان.

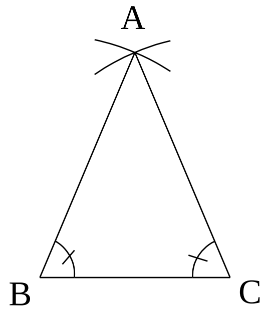
نشاط:

ABC مثلّث متقايس الضّلعين في A ،

و I منتصف $[BC]$.

بيّن تقايس المثلّثين ABI و AIC . استنتج.

خاصيّة 1: زاويتا القاعدة في المثلّث المتقايس الضّلعين هما متقايستان.



$A\hat{B}C$ و $A\hat{C}B$ هما زاويتان متقايستان.

تطبيق:

ABC مثلّث متقايس الضّلعين في A ،

I منتصف $[BC]$،

E المسقط العمودي لـــ I على $[AB]$،

و F المسقط العمودي لـــ I على $[AC]$.

1) بيّن تقايس المثلّثين IEB و IFC . استنتج.

2) بيّن أنّ $AE = AF$. استنتج

<u>تمرين منزلي:</u>

$ABCD$ مربّع،

E من $[BC]$ و F من $[DC]$ بحيث $BE = DF$.

1) قارن بين المثلّثين ABE و ADF . استنتج.

2) حدّد مع التّعليل نوع المثلّث CEF .

3) بيّن أنّ (AC) هو الموسّط العمودي لـــ $[EF]$.

نشاط:

ABC مثلّث متقايس الضّلعين في A ،

و $[Ax)$ منصّف $B\hat{A}C$ يقطع $[BC]$ في I .

1) بيّن تقايس المثلّثين AIB و AIC . استنتج.

2) بيّن أنّ (AI) هو الموسّط العمودي لــ$[BC]$.

خاصيّة 2: يحمل الموسّط العمودي لقاعدة مثلّث متقايس الضّلعين: منصّف الزّاوية الرّئيسيّة، الإرتفاع الصّادر من القمّة الرّئيسيّة والموسّط الصّادر من القمّة الرّئيسيّة.

<u>تمرين منزلي:</u>

ABC مثلّث متقايس الضّلعين في A ،

E و F من $[AB]$ و $[AC]$ بحيث $AE = AF$ ،

و I منتصف $[EF]$.

1) أ- بيّن أنّ (AI) هو الموسّط العمودي لــ$[BC]$.

ب -استنتج أنّ $E\hat{A}I = I\hat{A}F$.

2) أ- بيّن أنّ (AI) هو الموسّط العمودي لــ$[BC]$.

ب -استنتج أنّ $(EF)//(BC)$.

نشاط:

ABC مثلّث بحيث $A\hat{B}C = A\hat{C}B$.

منصّف $B\hat{A}C$ يقطع $[BC]$ في I .

1) بيّن أنّ $A\hat{I}B = A\hat{I}C$.

2) بيّن تقايس المثلّثين AIB و AIC .

قاعدة المثلّث المتقايس الضّلعين: كلّ مثلّث له زاويتان متقايستان هو مثلّث متقايس الضّلعين.

تطبيق:

$ABCD$ مستطيل،

E و F من $[AD]$ بحيث $AE = DF$.

1) بيّن أنّ $A\hat{E}B = D\hat{F}C$.

2) (BE) و (CF) يتقاطعان في I ، بيّن أنّ IEF مثلّث متقايس الضّلعين.

3) بيّن أنّ IBC مثلّث متقايس الضّلعين.

<u>تمرين منزلي:</u>

ABC مثلّث متقايس الضّلعين في A له زاوية منفرجة،

منصّف $B\hat{A}C$ يقطع $[BC]$ في I .

1) بيّن أنّ $(AI) \perp (BC)$.

2) المستقيم العمودي على (BC) و المارّ من C يقطع (AB) في E.

أ - بيّن أنّ $(AI)//(CE)$.

ب بيّن أنّ ABC مثلّث متقايس الضلعين.

5 المثلّثات المتقايسة الأضلاع

تعريف: المثلّث المتقايس الأضلاع هو مثلّث جميع أضلاعه متقايسة.

خاصيّاته:

- جميع زواياه متقايسة و تساوي كلّ واحدة $60°$.
- الموسّطات العموديّة لأضلاعه تحمل منصّفات زواياه، إرتفاعاته و موسّطاته.

قواعده:

- كلّ مثلّث جميع زواياه متقايسة هو مثلّث متقايس الأضلاع.
- كلّ مثلّث متقايس الضلعين له زاوية قيسها $60°$ هو مثلّث متقايس الأضلاع.

<u>تمرين منزلي:</u>

ABC مثلّث متقايس الأضلاع،

E مناظرة A بالنّسبة إلى B،

و F مناظرة A بالنّسبة إلى C.

بيّن أنّ AEF مثلّث متقايس الأضلاع.

6 منصّف زاوية

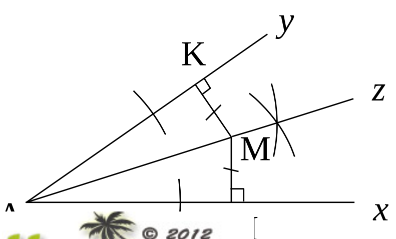
تنشيط:

$x\hat{A}y$ زاوية حادّة و M نقطة من منصّفها،

H و K المسقطين العموديّين لــ M على $[Ax)$ و $[Ay)$.

بيّن تقايس المثلّثين AMH و AMK. استنتج.

خاصيّة: كلّ نقطة من منصّف زاوية هي متقايسة البعد عن ضلعيها.



MH و MK هما متقايسان.

تطبيق:

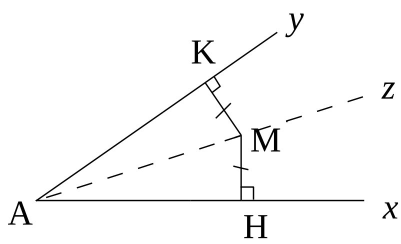
ABC مثلّث،

منصّفا $A\hat{B}C$ و $A\hat{C}B$ يتقاطعان في I.

E ، F و G المساقط العموديّة لــ I على (BC)، (AB) و (AC).

بيّن أنّ $IE = IF = IG$.

الخاصيّة العكسيّة: كلّ نقطة متقايسة البعد عن ضلعي زاوية هي نقطة من منصّفها.



M هي متقايسة البعد عن $[Ax)$ و $[Ay)$.

تعريف منصّف زاوية: منصّف زاوية هو مجموعة النّقاط المتقايسة البعد عن ضلعيها.

<u>تمرين منزلي:</u>

ABC مثلّث متقايس الضّلعين في A ،

$[CE]$ و $[BF]$ إرتفاعين للمثلّث ABC يتقاطعان في M.

1) بيّن أنّ $F\hat{B}C = E\hat{C}B$.

2) لتكن M نقطة تقاطع $[EC]$ و $[FB]$،

أ - بيّن أنّ $ME = MF$.

ب -استنتج أنّ $[AM)$ هو منصّف $B\hat{A}C$.