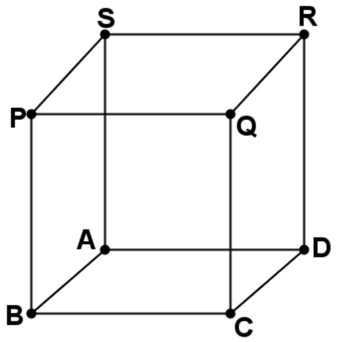
التمرين الأوّل (4 نقاط) : يلي كلّ سؤال من أسئلة هذا التمرين ثلاث إجابات ، إحداها فقط صحيحة .
اكتب على ورقة تحريرك ، في كلّ مرّة ، رقم السؤال و الإجابة الصحيحة الموافقة له

1) في معيّن متعامد (O,I,J) من المستوي ، النّقطتان
$A\left(-2,\sqrt{2}-1\right)$ و $B\left(2,1-\sqrt{2}\right)$ متناظرتان بالنّسبة إلى :
أ- النقطة O ب- المستقيم (OI) ج- المستقيم (OJ)

2) إذا كان x عددا حقيقيا بحيث $\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{x}{\sqrt{2}}$ فإنّ :
أ- $x=\frac{1}{2}$ ب- $x=\sqrt{2}$ ج- $x=1$

3) العدد 11133557796 قابل للقسمة على :
أ- 9 ب- 12 ج- 15

4) يمثّل الشّكل المقابل مكعّبا ABCDSPQR ،
المستقيم (BD) عمودي على المستوي :
أ- (BCQ) ب- (BAS) ج- (ACQ)



التمرين الثّاني (4 نقاط) :

1) نعتبر العدد الحقيقي $a=5\sqrt{2}-7$
أ – قارن بين العددين 7 و $5\sqrt{2}$
ب – استنتج علامة العدد a

2) ليكن العدد الحقيقي $b=\sqrt{200}-\sqrt{50}+\sqrt{49}$
أ – بيّن أنّ $b=5\sqrt{2}+7$
ب – بيّن أنّ b مقلوب العدد a .
ج – بيّن أنّ العدد b و $b(a-1)-1$ متقابلان

التمرين الثّالث (4 نقاط) :

نعتبر العبارة $A=3x^2+2$ حيث x عدد حقيقي .

1) أحسب القيمة العدديّة للعبارة A في كلّ من الحالتين ؛ $x=0$ و $x=-\sqrt{2}$

2) أ – بيّن أنّ ؛ $A-1202=3(x-20)(x+20)$
ب – استنتج العدد الصحيح الطبيعي x حيث $A=1202$

3) أ – بيّن أنّ $A=(x-1)^2+x^2+(x+1)^2$
ب – استنتج ثلاثة أعداد صحيحة طبيعيّة متتاليّة مجموع مربّعاتها يساوي العدد 1202

التمرين الرَابع (4 نقاط) :

يقدّم الجدول التالي إحصاء لعدد الهواتف المحمولة لدى 100 عائلة بأحد الأحياء السكنيّة :

عدد الهواتف	0	1	2	3	4	5
عدد العائلات	2	8	12	30	33	15

1) أ – ما هو منوال هذه السلسلة الإحصائيّة ؟

ب – حدّد موسّط هذه السلسلة الإحصائيّة .

2) كوّن جدول التكرارات التراكميّة الصّاعدة و مثّل هذا الجدول بمضلع .

3) إذا اخترنا ، بصفة عشوائيّة ، عائلة من بين العائلات .

فما هو احتمال أن يكون لها أكثر من ثلاثة هواتف محمولة ؟

التمرين الخامس (4 نقاط) : (وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

لتكن $[BC]$ قطعة مستقيم منتصفها O و قيس طولها 6 و $\mathscr{C}$ الدائرة التي قطرها $[BC]$.

1) أ– أرسم نقطة A من الدّائرة $\mathscr{C}$ حيث $BA = BO$

ب – بيّن أنّ المثلّث OAB متقايس الأضلاع .

2) المماس للدّائرة $\mathscr{C}$ في النّقطة B يقطع (OA) في النّقطة E

أ– بيّن أنّ المثلّث ABE متقايس الضلعين .

ب– استنتج أنّ A منتصف $[OE]$.

ج– بيّن أنّ $BE = 3\sqrt{2}$

3) لتكن D مناظرة A بالنسبة للنقطة O

الموسّط العمودي لـ $[BC]$ يقطع (BD) في نقطة I و يقطع (AC) في نقطة J

أ– أحسب OI

ب– بيّن أنّ الرباعي $CIBJ$ معيّن ثمّ أحسب مساحته .

التمرين الأوّل (4 نقاط) : Q C M

1)	$\begin{cases} A\left(-2,\sqrt{2}-1\right) \\ B\left(2,1-\sqrt{2}\right) \end{cases}$ إذن A و B متناظرتان بالنسبة لـ O لأن الفاصلتان متقابلتان و الترتيباتان متقابلتان	و بالتالي : 1) ← أ)
2)	$\frac{x}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ يعني $x\times 2=\sqrt{2}\times\sqrt{2}$ يعني $2x=2$ يعني $x=1$	و بالتالي : 2) ← ج)
3)	11133557796 لا يقبل القسمة على 9 لأنَ مجموع أرقامه 48 و 48 ليس من مضاعفات 9 11133557796 لا يقبل القسمة على 15 لأنَ رقم آحاده 6 مخالف لـ 0 و لـ 5 11133557796 يقبل القسمة على 3 لأن مجموع أرقامه 48 من مضاعفات 3 11133557796 يقبل القسمة على 4 لأنَ العدد المتكون من رقميه الأخيرين 96 و 96 مضاعف للعدد 4 حيث : $(96=4\times 24)$ 3 و 4 عددان أوّليان في ما بينهما إذن حسب مبرهنة قوس العدد 11133557796 يقبل القسمة على $3\times 4=12$	و بالتالي : 3) ← ب)
4)	(QC) عمودي على (CD) 〈 QRDC مربع 〉 (QC) عمودي على (BC) 〈 BPQC مربع 〉 (CD) و (BC) متقاطعان محتويان في المستوي $(ABCD)$ إذن (QC) عمودي على المستوي $(ABCD)$ و بما أن (BD) محتو في المستوي $(ABCD)$ فإن $\boxed{(BD) \text{ عمودي على } (QC)}$ تحصلنا على : (BD) عمودي على (QC) 〈 حسب ما سبق 〉 (BD) عمودي على (AC) 〈 قطري المربع ABCD 〉 (QC) و (AC) متقاطعان محتويان في المستوي (ACQ) إذن (BD) عمودي على المستوي (BCQ)	و بالتالي : 4) ← ج)

طريقة أخرى بالنسبة لـ 4)

(BD) ليس عمودي على (BC) (BC) محتو في المستوي (BCQ) إذن (BD) لا يمكن أن يكون عمودي على المستوي (BCQ) (BD) ليس عمودي على (AB) (AB) محتو في المستوي (BAS) إذن (BD) لا يمكن أن يكون عمودي على المستوي (BAS) وبذلك يبقى المقترح الأخير أي (BD) عمودي على المستوي (ACQ)	و بالتالي : 4) ← ج)

التمرين الثَاني (4 نقاط) :

لنقارن بين العددين 7 و $5\sqrt{2}$

$$\begin{cases} 7^2 = 49 \\ \left(5\sqrt{2}\right)^2 = 50 \end{cases}$$

إذن : $\boxed{5\sqrt{2} > 7}$

لنستنتج علامة العدد a

$5\sqrt{2} > 7$ إذن $5\sqrt{2} - 7 > 0$

و بالتالي : $a > 0$ أي $\boxed{a \text{ هو عدد موجب}}$

لنختصر العدد b

$$b = \sqrt{200} - \sqrt{50} + \sqrt{49}$$

$$b = \sqrt{100} \times \sqrt{2} - \sqrt{25} \times \sqrt{2} + 7$$

$$b = \underbrace{10\sqrt{2} - 5\sqrt{2}}_{5\sqrt{2}} + 7$$

$$\boxed{b = 5\sqrt{2} + 7}$$

لنبيَن أن b مقلوب العدد a

$$a \times b = \left(5\sqrt{2} - 7\right)\left(5\sqrt{2} - 7\right)$$

$$a \times b = \left(5\sqrt{2}\right)^2 - 7^2 = 50 - 49$$

$$a \times b = 1$$

إذن $\boxed{b \text{ مقلوب العدد } a}$

لنبيَن أن b و $b(a-1)-1$ متقابلان

$$b + b(a-1) - 1 = b + a \times b - b - 1$$

$$b + b(a-1) - 1 = \underbrace{b - b}_{0} + \underbrace{a \times b}_{1} - 1$$

$$b + b(a-1) - 1 = 0 + \underbrace{1 - 1}_{0}$$

$$\boxed{b + b(a-1) - 1 = 0}$$

و بالتالي : b و $b(a-1)-1$ عددان متقابلان

التمرين الثَالث (4 نقاط) :

لنحسب قيمة العبارة A في حالة $x = 0$

$$A = 3x^2 + 2$$

$$A = 3 \times 0^2 + 2$$

$$A = \underbrace{3 \times 0}_{0} + 2$$

$$A = 0 + 2$$

$$\boxed{A = 2}$$

لنحسب قيمة العبارة A في حالة $x = -\sqrt{2}$

$$A = 3x^2 + 2$$

$$A = 3 \times \left(-\sqrt{2}\right)^2 + 2$$

$$A = \underbrace{3 \times 2}_{6} + 2$$

$$A = 6 + 2$$

$$\boxed{A = 8}$$

لنبيّن أن
$A-1202=3(x-20)(x+20)$

$$A-1202=3x^2+\underbrace{2-1202}_{-1200}$$
$$A-1202=3x^2-1200$$
$$A-1202=\underline{3}\times x^2-\underline{3}\times 400$$
$$A-1202=3\left(x^2-400\right)$$
$$A-1202=3\left(x^2-20^2\right)$$
$$\boxed{A-1202=3(x-20)(x-20)}$$

لنحل المعادلة
$A=1202$

$A=1202$ يعني
$A-1202=0$ يعني
$(x-20)(x-20)=0$ يعني
$x-20=0$ أو $x+20=0$
$x=20\in\mathbb{N}$ $\quad$ $x=-20\notin\mathbb{N}$
و بالتالي
العدد الصحيح الذي يحقّق المتساويّة $A=1202$ هو
$$\boxed{x=20}$$

لنبيّن أن $A=(x-1)^2+x^2+(x+1)^2$

$$(x-1)^2+x^2+(x+1)^2=$$
$$\left(x^2-2\times x\times 1+1^2\right)+x^2+\left(x^2+2\times x\times 1+1^2\right)=$$
$$\left(x^2-2x+1\right)+x^2+\left(x^2+2x+1\right)=$$
$$x^2-2x+1+x^2+x^2+2x+1=$$
$$\underbrace{x^2+x^2+x^2}_{3x^2}\underbrace{+2x-2x}_{0}\underbrace{+1+1}_{2}=$$
$$3x^2+3=A$$
و بالتالي : $\boxed{A=(x-1)^2+x^2+(x+1)^2}$

استنتج ثلاثة أعداد صحيحة طبيعيّة متتاليّة مجموع مربَعاتها يساوي العدد 1202

لنضع المشكل على شكل معادلة :
- ليكن x عددا صحيحا طبيعيا
- $x-1$ هو العدد الذي يسبق العدد x
- $x+1$ هو العدد الذي يلي العدد x

و بذلك نحصل على المعادلة التالية :
$$(x-1)^2+x^2+(x+1)^2=0$$
و هذه المعادلة مكافئة للمعادلة $A=1202$

إذن حسب ما سبق : $x=20$
وبالتالي $x-1=19$ و $x+1=21$
لنتحقق من صحة هذه النتيجة :

$$\begin{array}{rcl} & 19^2 = & 361 \\ + & 20^2 = & 400 \\ + & 21^2 = & 441 \\ \hline & = & 1202 \end{array}$$

التمرين الرّابع (4 نقاط) :

منوال السلسلة الإحصائيَة

33 هو أكبر تكرار و يوافق الميزة 4

إذن :

$$\boxed{M=4}$$

موسَط السلسلة الإحصائيَة

التكرار الجملي : $N=100$ عدد زوجي إذن

$$x_{50}=3 \xleftarrow[n_{50}]{} \frac{N}{2}=\frac{100}{2}=50$$

$$x_{51}=3 \xleftarrow[n_{51}]{} \frac{N}{2}+1=51$$

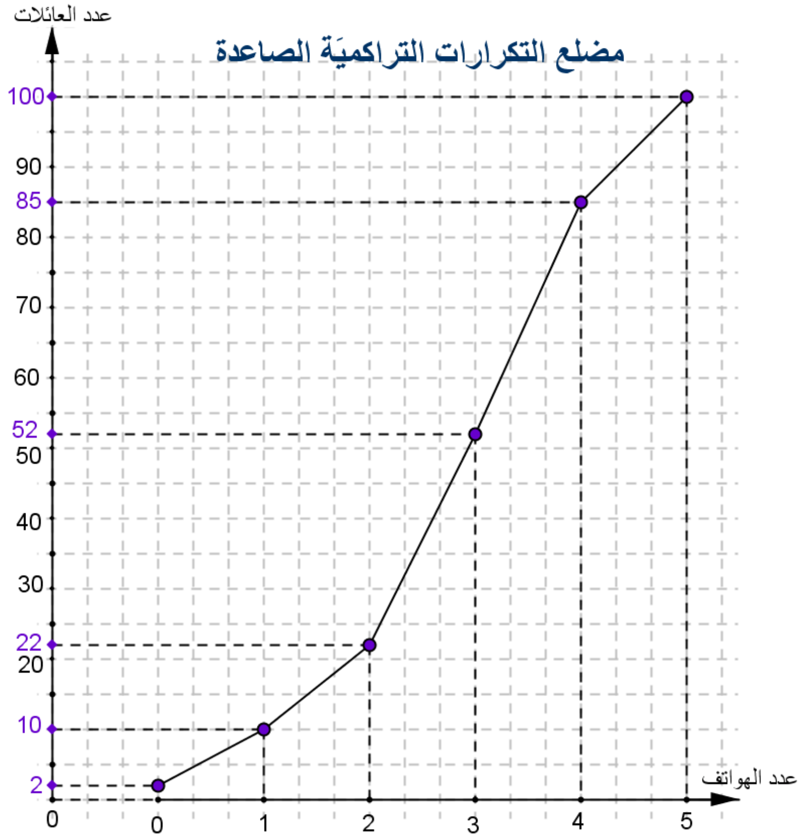
إذن : $M_e=\frac{3+3}{2}$ (معدل القيمتين)

و بالتالي : $\boxed{M_e=3}$

مضلع التكرارات التراكميَة الصاعدة

0	1	2	3	4	5
2	8	12	30	33	15
2	10	22	52	85	100

جدول التكرارت التراكميّة الصاعدة



لنحسب احتمال اختيار عائلة لها أكثر من ثلاثة هواتف محمولة

ليكن A الحدث المناسب لهذا الإختيار

كم الكون المكن :

$$card(\Omega)=100$$

كم الحدث المناسب :

$$card(A)=33+15$$

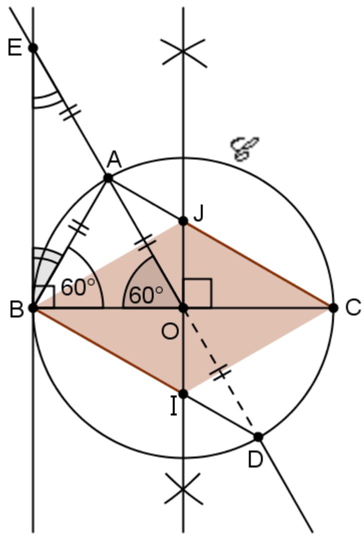
$$card(A)=48$$

إحتمال وقوع الحدث A :

$$P(A)=\frac{card(A)}{card(\Omega)}=\frac{48}{100}$$

و بالتالي : $\boxed{P(A)=\frac{12}{25}=48\%}$

التمرين الخامس (4 نقاط) :



لنبيَن أن OAB مثلث متقايس الأضلاع

$\begin{cases} BA = BO & (\text{معطى}) \\ AO = BO & (\text{شعاعين للدائرة } \mathscr{C}) \end{cases}$

إذن : $AO = BO = BA$

إذن المثلث OAB متقايس الأضلاع

لنبيَن أن المثلث ABE متقايس الضلعين

$\widehat{OBE} = 90^0$ ⟨ (BE) مماس للدائرة في النقطة B ⟩

$\widehat{OBA} = 60^0$ ⟨ OAB متقايس الأضلاع ⟩

$\widehat{ABE} = \widehat{OBE} - \widehat{OBA}$

$\widehat{ABE} = 90 - 60$

$\boxed{\widehat{ABE} = 30^0}$

$\widehat{AOB} = 60^0$ ⟨ OAB متقايس الأضلاع ⟩

$\widehat{AEB} = \widehat{OEB} = 90 - 60 = 30^0$

⟨ O و A و E على إستقامة واحدة ⟩

و ⟨ OBE مثلث قائم في B ⟩

إذن تحصلنا على $\widehat{AEB} = \widehat{ABE} = 30^0$

إذن : ABE مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية A

لنستنتج أن A منتصف $[OE]$

$\begin{cases} AE = AB & \langle ABE \text{ متقايس الضلعين قمته الرئيسية } A \rangle \\ AO = AB & \langle OAB \text{ متقايس الأضلاع} \rangle \end{cases}$ إذن $AE = AO$

و بما أن O و A و B على إستقامة واحدة فإن A منتصف $[OE]$

لنبيّن أن $BE = 3\sqrt{3}$

$OA = OB = 3$ إذن $\langle$ O منتصف $[BC]$ $\rangle$ $OB = \frac{BC}{2} = \frac{6}{3} = 3$

$\langle$ A منتصف $[OE]$ $\rangle$ $OE = 2 \times OA = 2 \times 3 = 6$

المثلث OBE قائم في B إذن حسب نظريّة بيتاغور

$OE^2 = OB^2 + BE^2$	$BE^2 = 36 - 9 = 27$
$6^2 = 3^2 + BE^2$	$BE = \sqrt{27} = \sqrt{9} \times \sqrt{3}$
$36 = 9 + BE^2$	$\boxed{BE = 3\sqrt{3}}$

لنحسب OI

$(OI) \perp (BC)$ $\langle$ (OI) هو الموسّط العمودي لـ $[BC]$ $\rangle$

$(BE) \perp (BC)$ $\langle$ (BE) مماس للدائرة $\mathscr{C}$ في B و $[BC]$ قطر لها $\rangle$

إذن $\boxed{(OI)//(BE)}$

في المثلث BDE : $(OI)//(BE)$ ، $I \in (BD)$ ، $O \in (DE)$ إذن حسب نظريّة طالس $\begin{pmatrix} D \longrightarrow D \\ O \longrightarrow I \\ E \longrightarrow B \end{pmatrix}$

$(DO = OA = 3)$

$$\boxed{\frac{DO}{DE}} = \frac{DI}{DB} = \frac{OI}{BE} = \boxed{\frac{3}{9}} = \frac{1}{3}$$

$\begin{pmatrix} DE = DO + OA + AE \\ DE = 3 + 3 + 3 = 9 \end{pmatrix}$

$\frac{OI}{BE} = \frac{1}{3}$	$OI = \frac{\cancel{3}\sqrt{3}}{\cancel{3}}$
$\frac{OI}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$	$\boxed{OI = \sqrt{3}}$

لنبيَن أنَ الرباعي CIBJ معيَن

O منتصف $[AD]$ ⟨ A و D متناظرتان بالنسبة لـ O ⟩
O منتصف $[BC]$ ⟨ معطى ⟩
إذن توفر في الرباعي ABDC تقاطع القطران في منتصفهما

إذن ABDC متوازي الأضلاع إذن $\boxed{(AJ)//(DI)}$ ⟨ حاملين لضلعين متقابلين في متوازي الأضلاع ABDC ⟩

في المثلث OAJ : $\begin{cases} (AJ)//(DI) \\ I \in (OJ) \\ D \in (OA) \end{cases}$ و $\begin{pmatrix} O \longrightarrow O \\ A \longrightarrow J \\ D \longrightarrow I \end{pmatrix}$ إذن حسب نظرية طالس $\dfrac{OA}{OD} = \dfrac{OJ}{OI} = 1$

إذن $OI = OJ$

و بما أنَ النقاط I و O و J على إستقامة واحدة بهذا الترتيب فإنَ O منتصف $[IJ]$

تحصلنا على :

O منتصف $[IJ]$ ⟨ حسب ما سبق ⟩
O منتصف $[BC]$ ⟨ معطى ⟩
إذن توفر في الرباعي CIBJ تقاطع القطران في منتصفهما

إذن CIBJ متوازي الأضلاع

و لنا $(IJ) \perp (BC)$ ⟨ (IJ) هو الموسَط العمودي لـ $[BC]$ ⟩
إذن CIBJ متوازي الأضلاع قطراه متعامدان

إذن : $\boxed{\text{CIBJ معيَن}}$

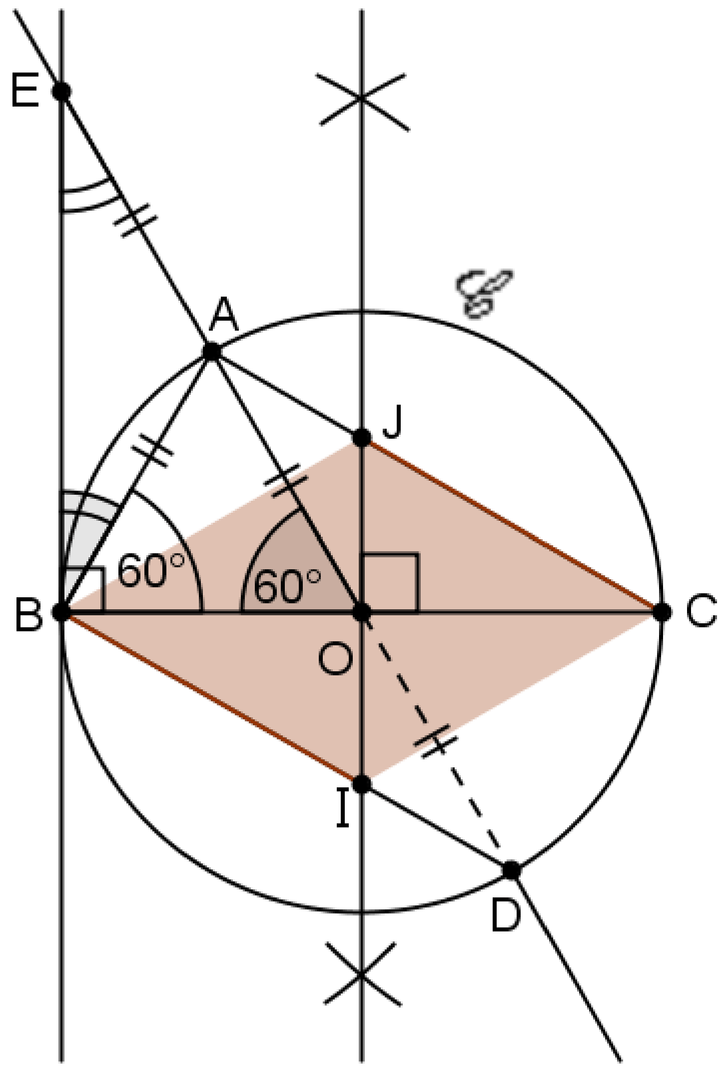
لنحسب $\mathcal{A}$ مساحة المعيَن CIBJ

$\mathcal{A} = IJ \times BC$

$\mathcal{A} = 2\sqrt{3} \times 6$

$\boxed{\mathcal{A} = 12\sqrt{3}\ cm^2}$

⟨ ⟨ $IJ = 2 \times OI$
$IJ = 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ ⟩
⟨ $BC = 6cm$ ⟩ ⟩


E
A
J
B
60°
60°
C
O
I
D